Physik macht Spaß! Man muss nur daran glauben!!

Inhaltsverzeichnis zum Physikskript für die Stufe 11 im Schuljahr 1998/99

Einordnung in den BLK-Versuch.

Für meine inhaltliche Mitarbeit im BLK-Modellversuch entschied ich mich für den Physikunterricht in der Stufe 11. Dabei handelt es sich um zwei Grundkurse mit insgesamt 48 Schülerinnen und Schüler. Der Anteil der Jungen und Mädchen ist in etwa gleich groß.

Am Ratsgymnasium Münster wird nach einem Beschluss der Fachkonferenz Physik von vor 3 Jahren in der Jahrgangsstufe 8 " flächendeckend " die Arbeit mit der Tabellenkalkulation eingeführt. Diese Stufe 11 ist somit die erste, in der alle Schülerinnen und Schüler den Umgang mit der Tabellenkalkulation kennen und hoffentlich auch können. Inzwischen verfügt unsere Schule über ein Rechnernetz mit 15 Computern, auf denen MS Excel läuft. Ein Teil des Unterrichts fand somit im Computerraum statt. Es war klar, dass dieses Konzept von dem normalen Lehrbuch nur unvollständig begleitet werden konnte. So entstand die Idee, parallel zum Unterricht ein Miniskript zu erstellen. Das Skript stand allen Schülerinnen und Schülern zur Verfügung. Das Skript keinen Anspruch darauf, ein vollwertiges Lehrbuch zu sein. Es werden lediglich die Besonderheiten dieses Kurses herausgestellt werden. Für Standardinformationen soll stets das " normale " Lehrbuch herangezogen werden.

Dieser Unterricht versucht einen Beitrag zu Modul 2 zu leisten. Er versucht den Ausführungen von Prof. Fischer gerecht zu werden, die von ihm auf der BLK-Tagung in Soest im November 98 vorgetragen wurden. Es war mir wichtig, die Schülerinnen und Schüler mit komplexen Fragestellungen zu konfrontieren, sie damit vertraut zu machen, dass es verschiedene Lösungswege gibt und sie den Leidensdruck ertragen zu lassen, nicht sofort die Lösung zu " sehen ". Als Beispiel sei auf die Stunde zum horizontalen Wurf verwiesen. Man zeigt nicht zuerst das erfolgreiche Experiment und stellt dann die Frage nach dem warum, sondern man fordert zuerst eine begründete Vorhersage ein im Sinne von " Was sollte man tun damit ".

Da man bei Vorhersagen das Auftreten von Fehlern nicht vermeiden kann, sondern versuchen muss, mit ihnen konstruktiv umzugehen, versucht dieses Skript auch einen Beitrag zu Modul 3 zu liefern.

Eine vertikale Vernetzung dieses Themenbereichs ergibt sich aus der Tatsache, dass die hier behandelten Bewegungen bei der Untersuchung der Bewegung geladener Teilchen im elektrischen Feld wieder auftauchen. Somit wird Modul 5 berührt.

In der Kurzbeschreibung des Hefts vom Schroedelverlag " TIMMS und der Mathematikunterricht" wird die Funktion von Modul 4 (Sicherung von Basiswissen) beschrieben durch " Der Unterricht soll so gestaltet werden, dass eine relativ große Bandbreite von Schülern im Klassenverband kognitiv wie motivational angesprochen wird. Hierzu gehört die Differenzierung von Ebenen des Verständnisses im jeweiligen Fachkontext. " Von den 48

Physik macht Spaß! Man muss nur daran glauben!!

Schülerinnen und Schüler wählten 24 Physik als LK (davon 6 Mädchen) und 16 Physik als GK (Davon 8 Mädchen).
Zum Ende des Halbjahres diskutierte ich mit den Schülerinnen und Schüler über die Möglichkeiten eine Evaluation durchzuführen. Der entstandene Fragebogen ist Teil dieses Skripts.
Zu Beginn des Unterrichts sollte festgestellt werden, wie es um die Fähigkeiten im Umgang mit dem Taschenrechner bestellt ist. Dazu wurde eine Eingangstest für den Taschenrechner durchgeführt.
Eine Überprüfung der Fertigkeiten im Umgang mit Excel wurde in diesem konkreten Fall nicht durchgeführt.
Es hat sich gezeigt, dass dieses Skript mit der Zeit immer umfangreicher geworden ist. Um die Größe der Dateien etwas zu begrenzen, habe ich mich entschlossen, sämtliche Excel-Dateien aus dem Skript herauszunehmen. An den entsprechenden Stellen im Skript findet sich dann nur noch der Dateiname, unter dem die Diagramme und Tabellen zu finden sind. Das macht das Lesen zwar etwas umständlicher, spart aber Speicherplatz und Ladezeiten.
Ich hoffe mit diesem Skript einen konstruktiven Beitrag zum BLK-Modellversuch zu leisten. Ob es mir gelungen ist, den Fehlerteufel vollständig zu besiegen, wage ich nicht zu hoffen. Sollte jemand einen verbliebenen Fehler finden, bitte ich ihn mir mitzuteilen.

Stand 23.07.1999

Matthias Luft
Koordinator an der Pilotschule Ratsgymnasium Münster
Luftmaut@muenster.de

Physik macht Spaß! Man muss nur daran glauben!!

Eingangstest für den Taschenrechner

Name:
Kurs:

Aufgabe 1 Berechne die folgenden Terme und gibt die Ergebnisse auf 2 Nachkommastellen gerundet an

$$1: (3{,}78+4{,}9^2)/\sqrt{(3{,}45-1{,}23)\cdot(2{,}44+1{,}34^2)}$$

$$2: 5{,}67+(3{,}45+2{,}99)\cdot\frac{2{,}58^2}{(5{,}23-4{,}99^3)}$$

$$3: (2{,}33+(3{,}22+(4{,}88+4)\cdot 2-6)\cdot 3+5)\cdot 8$$

$$4: \frac{\sqrt{12+3}-\sqrt{15+8}}{\sqrt{13+9}-\sqrt{19+18}}$$

$$5: (7{,}33+(3{,}22+(4{,}88+4)\cdot 0-6)\cdot 5+4)\cdot 0$$

$$6: \frac{\sqrt{22-7}-\sqrt{25-2}}{\sqrt{40-18}-\sqrt{29+8}}$$

Aufgabe 2 Rechnen mit der wissenschaftlichen Notation

$$1: (3{,}78\cdot 10^2+4{,}9\cdot 10^{-5})/\sqrt{(3{,}45\cdot 10^7-1{,}23\cdot 10^6)\cdot 1{,}34^2}$$

$$2: 5{,}67\cdot 10^8+(3{,}45\cdot 10^{-5}+2{,}99\cdot 10^{-4})\cdot\frac{2{,}58^2}{(5{,}23-4{,}99^3)\cdot 1{,}2\cdot 10^{-12}}$$

$$3: (2{,}33\cdot 10^0+(3{,}22\cdot 10^1+(4{,}88+4)\cdot 2\cdot 10^2-6)\cdot 3\cdot 10^3+5)\cdot 8\cdot 10^4$$

$$4: \frac{\sqrt{12+3\cdot 10^2}-\sqrt{(15+8)\cdot 10^3}}{\sqrt{(3+9)\cdot 10^4}-\sqrt{19+18\cdot 10^5}}$$

$$5: (7{,}33\cdot 10^{-1}+(3{,}22+(4{,}88+4)\cdot 0\cdot 10^{-2}-6)\cdot 5\cdot 10^{-3}+4)\cdot 0\cdot 10^{-4}$$

$$6: \frac{\sqrt{22\cdot 10^{13}-7\cdot 10^{10}}-\sqrt{25\cdot 10^{16}-2\cdot 10^{15}}}{\sqrt{40\cdot 10^8-18\cdot 10^{10}}-\sqrt{29\cdot 10^{20}+8\cdot 10^{10}}\cdot 3{,}123\cdot 10^{-9}}$$

Aufgabe 3 Bei der Untersuchung der Gravitationskraft werden folgende Formeln hergeleitet. (Ihre Bedeutung soll an dieser Stelle egal sein. Nimm sie einfach zur Kenntnis!)

$$s=\frac{S}{2L}\cdot d \quad \text{und} \quad \gamma=\frac{r^2\cdot s}{M\cdot t^2}.$$

Folgende Messungen wurden gemacht: M=1,46kg, r=0,045m, d=0,05m, L=5,24m.

Die weiteren Messungen siehst Du in den beiden ersten Spalten der Tabelle. Fülle die beiden restlichen Spalten aus. Verwende dabei die wissenschaftliche Notation.

Physik macht Spaß! Man muss nur daran glauben!!

	S in Zentimeter	t in Sekunden	$s = \frac{S}{2L} \cdot d$	$\gamma = \frac{r^2 \cdot s}{M \cdot t^2}$
1:	0,8	15		
2:	1,8	30		
3:	3	45		
4:	4,5	60		
5:	6,3	75		
6:	8,5	90		
7:	10,8	105		
8:	12,9	120		

Aufgabe 4. Noch einmal zur Gravitationskraft. Befindet man sich oberhalb der Erdoberfläche in einer Höhe h, so gilt für die dort wirkende Erdbeschleunigung die Formel : $g = \gamma \cdot \frac{M_{Erde}}{(r_{Erde} + h)^2}$. Dabei sind folgende Werte vorgegeben: $r_{Erde} = 6{,}378 \cdot 10^6 m; M_{Erde} = 5{,}9736 \cdot 10^{24} kg; \gamma = 6{,}672 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg \cdot s^2}$ Bei den Rechnungen sollst Du Dich nur um die Zahlen kümmern. Vervollständige die folgende Tabelle:

	Höhe h in Metern	$g = \gamma \cdot \frac{M_{Erde}}{(r_{Erde} + h)^2}$
1:	10	
2:	100	
3:	1000	
4:	10000	

Frage 1: Bei welchen der Aufgaben hast Du einen Zahlenspeicher benutzt?

Frage 2: Wie schätzt Du Deine Fähigkeiten den Taschenrechner zu benutzen ein ?

1= sehr gut
2= gut
3= geht so
4= schlecht
5= Ich kann mit dem Ding nichts anfangen.

Erreichte Punktzahl: von 24 (pro richtigem Ergebnis 1 P)
Note ausreichend ab 13 P, befriedigend ab 16 P, gut ab 19P , sehr gut ab 22P

Physik macht Spaß! Man muss nur daran glauben!!

Und nun die Aufgaben mit den Lösungen

Aufgabe 1 Berechne die folgenden Terme und gibt die Ergebnisse auf 2 Nachkommastellen gerundet an

$$1: (3{,}78 + 4{,}9^2) / \sqrt{(3{,}45 - 1{,}23) \cdot (2{,}44 + 1{,}34^2)} = 9{,}06$$

$$2: 5{,}67 + (3{,}45 + 2{,}99) \cdot \frac{2{,}58^2}{(5{,}23 - 4{,}99^3)} = 5{,}31$$

$$3: (2{,}33 + (3{,}22 + (4{,}88 + 4) \cdot 2 - 6) \cdot 3 + 5) \cdot 8 = 418{,}16$$

$$4: \frac{\sqrt{12+3} - \sqrt{15+8}}{\sqrt{13+9} - \sqrt{19+18}} = 0{,}66$$

$$5: (7{,}33 + (3{,}22 + (4{,}88 + 4) \cdot 0 - 6) \cdot 5 + 4) \cdot 0 = 0$$

$$6: \frac{\sqrt{22-7} - \sqrt{25-2}}{\sqrt{40-18} - \sqrt{29+8}} = 0{,}66$$

Aufgabe 2 Rechnen mit der wissenschaftlichen Notation

$$1: (3{,}78 \cdot 10^2 + 4{,}9 \cdot 10^{-5}) / \sqrt{(3{,}45 \cdot 10^7 - 1{,}23 \cdot 10^6) \cdot 1{,}34^2} = 4{,}89 \cdot 10^{-2}$$

$$2: 5{,}67 \cdot 10^8 + (3{,}45 \cdot 10^{-5} + 2{,}99 \cdot 10^{-4}) \cdot \frac{2{,}58^2}{(5{,}23 - 4{,}99^3) \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-12}} = 5{,}51 \cdot 10^8$$

$$3: (2{,}33 \cdot 10^0 + (3{,}22 \cdot 10^1 + (4{,}88 + 4) \cdot 2 \cdot 10^2 - 6) \cdot 3 \cdot 10^3 + 5) \cdot 8 \cdot 10^4 = 4{,}33 \cdot 10^{11}$$

$$4: \frac{\sqrt{12 + 3 \cdot 10^2} - \sqrt{(15+8) \cdot 10^3}}{\sqrt{(3+9) \cdot 10^4} - \sqrt{19 + 18 \cdot 10^5}} = 1{,}35 \cdot 10^{-1}$$

$$5: (7{,}33 \cdot 10^{-1} + (3{,}22 + (4{,}88 + 4) \cdot 0 \cdot 10^{-2} - 6) \cdot 5 \cdot 10^{-3} + 4) \cdot 0 \cdot 10^{-4} = 0$$

$$6: \frac{\sqrt{22 \cdot 10^{13} - 7 \cdot 10^{10}} - \sqrt{25 \cdot 10^{16} - 2 \cdot 10^{15}}}{\sqrt{40 \cdot 10^8 - 18 \cdot 10^{10}} - \sqrt{29 \cdot 10^{20} + 8 \cdot 10^{10}} \cdot 3{,}123 \cdot 10^{-9}} ..nicht\_definiert$$

Aufgabe 3 Bei der Untersuchung der Gravitationskraft werden folgende Formeln hergeleitet. (Ihre Bedeutung soll an dieser Stelle egal sein. Nimm sie einfach zur Kenntnis!)

$$s = \frac{S}{2L} \cdot d \quad \text{und} \quad \gamma = \frac{r^2 \cdot s}{M \cdot t^2} .$$

Folgende Messungen wurden gemacht: M=1,46kg, r=0,045m, d=0,05m, L=5,24m.

Die weiteren Messungen siehst Du in den beiden ersten Spalten der Tabelle. Fülle die beiden restlichen Spalten aus. Verwende dabei die wissenschaftliche Notation.

	S in Zentimeter	t in Sekunden	$s = \frac{S}{2L} \cdot d$	$\gamma = \frac{r^2 \cdot s}{M \cdot t^2}$
1:	0,8	15	$3{,}82 \cdot 10^{-5}$	$2{,}35 \cdot 10^{-10}$
2:	1,8	30	$8{,}95 \cdot 10^{-5}$	$1{,}32 \cdot 10^{-10}$
3:	3	45	$1{,}43 \cdot 10^{-4}$	$9{,}80 \cdot 10^{-11}$
4:	4,5	60	$2{,}15 \cdot 10^{-4}$	$8{,}27 \cdot 10^{-11}$
5:	6,3	75	$3{,}01 \cdot 10^{-4}$	$7{,}41 \cdot 10^{-11}$
6:	8,5	90	$4{,}06 \cdot 10^{-4}$	$6{,}94 \cdot 10^{-11}$
7:	10,8	105	$5{,}15 \cdot 10^{-4}$	$6{,}48 \cdot 10^{-11}$
8:	12,9	120	$6{,}15 \cdot 10^{-4}$	$5{,}92 \cdot 10^{-11}$

Aufgabe 4. Noch einmal zur Gravitationskraft. Befindet man sich oberhalb der Erdoberfläche in einer Höhe h, so gilt für die dort wirkende Erdbeschleunigung die Formel : $g = \gamma \cdot \frac{M_{Erde}}{(r_{Erde} + h)^2}$. Dabei sind folgende Werte vorgegeben: $r_{Erde} = 6{,}378 \cdot 10^6\, m; M_{Erde} = 5{,}9736 \cdot 10^{24}\, kg; \gamma = 6{,}672 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg \cdot s^2}$ Bei den Rechnungen sollst Du Dich nur um die Zahlen kümmern. Vervollständige die folgende Tabelle:

	Höhe h in Metern	$g = \gamma \cdot \frac{M_{Erde}}{(r_{Erde} + h)^2}$
1:	10	9,80
2:	100	9,80
3:	1000	9,79
4:	10000	9,77

Frage 1: Bei welchen der Aufgaben hast Du einen Zahlenspeicher benutzt?
(Möglichst nur bei den Aufgaben 3 und 4)

Frage 2: Wie schätzt Du Deine Fähigkeiten den Taschenrechner zu benutzen ein ?
1= sehr gut
2= gut
3= geht so
4= schlecht
5= Ich kann mit dem Ding nichts anfangen.

Fragebogen zum Physikunterricht

Dieser Fragebogen soll helfen herauszufinden, an welchen Kriterien Schülerinnen und Schüler ihre Einschätzung der Qualität des Physikunterrichts festmachen.
1=trifft besonders zu;2=trifft eher zu;3=weiß nicht;4=trifft eher nicht zu;5=trifft überhaupt nicht zu

Nr.	Item	1	2	3	4	5
1.	Ich habe das Gefühl, etwas gelernt zu haben.					
2.	Ich habe gelernt, weil ich Physik interessant finde.					
3.	Ich habe gelernt, weil ich den Lehrer toll finde.					
4.	Ich habe gelernt, weil meine Eltern sonst Druck machen.					
5.	Ich habe gelernt, weil mir Physik sowieso liegt.					
6.	Ich habe nicht gelernt, weil Physik mir sowieso nichts bringt.					
7.	Ich habe nichts gelernt, weil ich nie in Physik etwas lerne.					
8.	Ich habe nichts gelernt, weil ich mich in der letzten Zeit nicht auf den Unterricht konzentrieren konnte.					
9.	Ich habe nichts gelernt, weil mir das Thema in der letzten Zeit zu kompliziert erschien.					
10.	Ich glaube, dass ich in der letzten Zeit fleißig war.					
11.	Ich war in der letzten Zeit mit privaten Problemen beschäftigt					
12.	Ich halte Physik für ein tolles Fach, unabhängig vom Lehrer.					
13.	Ich gehe gern zur Schule					
14.	Ich habe Erfahrung mit Experimenten im Physikunterricht, die ich mitgestalten kann.					
15.	Ich mag Experimente, die ich mitgestalten kann.					
16.	Ich empfinde es als eine Herausforderung, eigene Ideen einzubringen.					
17.	Ich habe mein Wissen von früher einsetzen können.					
18.	Experimente waren ein Hauptmerkmal des Physikunterrichts.					
19.	Der Lehrer verwendete Schülerexperimente.					
20.	Der Lehrer führte die Experimente selbst vor.					
21.	Der Lehrer führte die Experimente zuerst vor und forderte die Schülerinnen und Schüler dann, auf eine Erklärung für das Experiment zu liefern.					
22.	Der Lehrer fordert vor der Durchführung des Experimentes die Schülerinnen und Schüler zu begründenden Vorhersagen über den Ausgang des Experimentes auf.					
23.	Die physikalischen Probleme wurden an der Tafel entworfen und erörtert.					
24.	Beim Erklären physikalischer Sachverhalte stützte sich der Lehrer auf Experimente.					
25.	Der Lehrer benutzte die Experimente als Abschluß seiner theoretischen Erörterungen.					
26.	An den Experimenten werden Problemstellungen entwickelt.					
27.	Man wurde von dem Lehrer nach seinen eigenen Vorstellungen gefragt.					
28.	Man wurde von dem Lehrer nach den konkreten physikalischen Modellen und Begriffen gefragt.					
29.	Im Unterrichtsgespräch hatten die Schülerinnen und Schüler die Möglichkeit, ihre Meinungen vorzutragen und zu verteidigen.					
30.	Der Lehrer richtet sich nach dem Wissenstand der Schülerinnen und Schüler.					
31.	Der Lehrer redet über die Köpfe der Schülerinnen und Schüler hinweg.					
32.	Der Unterricht orientiert sich an aktuellen Fragen.					
33.	Im Unterricht wurden Themen behandelt, die im Leben keine Relevanz besitzen.					
34.	Im Unterricht werden Medien (Computer, Video, Internet, Tabellenkalkulation, Geometrieprogramme ..) eingesetzt.					
35.	Der Unterricht war abwechslungsreich.					
36.	Der Lehrer ließ Freiräume, in Schülergruppen eigene Gedanken zu entwickeln.					
37.	Der Lehrer ließ genug Zeit zum Experimentieren.					
38.	Der Unterrichtsstoff war leicht.					
39.	Der Lehrer macht ein übersichtliches Tafelbild					
40.	Der Lehrer machte den Eindruck, Spaß am Unterrichten zu haben.					
41.	Der Lehrer stand dem Unterricht mit Gleichgültigkeit gegenüber.					

42.	Der Lehrer stellte viele Hausaufgaben.					
43.	Der Lehrer machte den Eindruck, von Physik begeistert zu sein.					
44.	Der Lehrer machte einen fachkompetenten Eindruck.					
45.	Der Lehrer bemüht sich, seine Erklärungen den Schülerinnen und Schülern verständlich zu machen.					
46.	Ich habe den Eindruck, dass der Lehrer seine vorher feststehenden Unterrichtsziele verfolgt.					
47.	Ich habe den Eindruck, dass der Lehrer flexibel auf überraschende Anregungen oder Probleme von Seiten der Schülerinnen und Schülern reagiert.					
48.	Ich habe den Eindruck, dass der Lehrer im Unterricht seine Zielvorstellungen aus den Augen verlor.					
49.	Der Lehrer gab gerechte Noten.					
50.	Der Lehrer bevorzugte einige Schülerinnen oder Schüler.					
51.	Der Lehrer übernahm eine Vorbildfunktion.					
52.	Der Lehrer verstand die Gedankengänge der Schülerinnen und Schüler.					
53.	Ich vertraute dem Lehrer.					
54.	Der Lehrer schenkte mir sein Vertrauen.					
55.	Ich fühlte mich von dem Lehrer respektiert.					
56.	Der Lehrer bevorzugte Mädchen.					
57.	Der Lehrer bevorzugte Jungen.					
58.	Der Lehrer verhielt sich im Unterricht gerecht.					
59.	Der Lehrer hatte Interesse an einem guten Klima.					
60.	Der Lehrer beurteilt seine Unterrichtsqualität nach den Noten der Schülerinnen und Schüler.					
61.	Der Lehrer war an den persönlichen Lernerfolgen der Schülerinnen und Schüler interessiert.					

Anmerkungen.

a. In manchen Items taucht die Formulierung "in der letzten Zeit" auf. Beim konkreten Einsatz dieses Fragebogens wird man diese Formulierung ggf. ändern oder auch konkretisieren müssen.

b. Bei einigen Fragen wird man abzuwägen haben, die Fragen zu differenzieren im Sinne von "Verhalten des Lehrers gegenüber der Gruppe" , "Verhalten des Lehrers gegenüber einer Subgruppe" und "Verhalten des Lehrers gegenüber einem Individuum (Item in Ich-Form)". Als Beispiele verweise ich auf die Items 53 bis 55.

c. Die einzelnen Gruppen der Items kann man so beschreiben. Motivation der Schülerinnen und Schüler und Kompetenzeinschätzung (Item 1 bis 13); Fragen zur Methode. Einsatz des Experimentes (Item 14 bis 26), Fragen zur Selbständigkeit der Schülerinnen und Schüler (Item 27 bis 39) durchmischt mit Fragen zur Thematik; Fragen zur Lehrervariable Fachkompetenz und Motivation (Item 39 bis 48); Fragen zur sozialen Kompetenz des Lehrers (Item 49 bis 61)

d. Was in diesem Fragebogen noch fehlt, sind Fragen zum Klima im Kurs. Vielleicht kann ein Leser dieser Seiten ein paar Fragen dazu besteuern.

e. Ob man beim konkreten Einsatz dieses Fragebogens einige Fragen streicht, muss im konkreten Fall entschieden werden. Ein Wunschziel, etwa einen Fragebogen für alle beteiligten Schulen bei SINUS oder in ganz Deutschland zu erstellen, scheint mir nach meinen bisherigen Erfahrungen utopisch zu sein.

f. Wie wertet man hinterher einen solchen Fragebogen aus? Ich weiß inzwischen, dass das mit einem Programm namens SPSS vom Regionalen Rechenzentrum der UNI Köln möglich ist. Wie teuer eine solche Lizenz ist oder ob man dieses Programm vielleicht über Soest beziehen kann oder ob es Alternativen gibt, versuche ich herauszufinden.

g. Man könnte darüber nachdenken, welche Teile dieses Fragebogen für die anderen von SINUS betroffenen Fächer (M,Bio,Ch) geeignet sind.

Herzlich bedanken möchte ich mich für die bisherige Unterstützung durch die Physikdidaktik der UNI Dortmund durch Herrn Professor Hans E. Fischer und insbesondere danke ich für die geduldigen Erklärungen von Frau Michaela Horstendahl.

Kapitel 1 Kinematik

1.1 Überholvorgänge mit Gegenverkehr.

Wir beginnen mit der Frage, wie man Bewegungen quantitativ beschreiben kann. Man möchte Fragen wie "Wann ist ein bestimmter Gegenstand wo?" beantworten können. Die Physik nennt diesen Themenkomplex in ihrer Fachsprache Kinematik. Zu Beginn unserer Überlegungen soll ein konkretes Problem behandelt werden. Dieses Problem ist so formuliert, dass es verschiedene Lösungswege gibt. So ergibt sich die Möglichkeit sie miteinander zu vergleichen und auf ihre Qualität hin zu bewerten.

Aufgabe 1
Zwei Wagen fahren hintereinander auf eine Kurve zu, die nicht weiter einzusehen ist. Insbesondere ist zu diesem Zeitpunkt kein Gegenverkehr in Sicht. Es soll eine Sicherheitsabschätzung gemacht werden, ob der hintere Wagen den vorderen noch vor der Kurve überholen kann.

Weitere Vorgaben zu dieser Aufgabe gibt es nicht. Es wird schnell klar, dass vor einer Lösung einige Annahmen zu treffen sind, um dieses Problem überhaupt lösbar zu machen. Mit anderen Worten: Ohne diese Annahmen ist diese Aufgabe (zumindest am Anfang) zu schwer.

Die Annahmen, die sich aus einer Diskussion mit dem Kurs ergaben, sind:
- Die beiden Wagen fahren mit einer konstanten Geschwindigkeit auf die Kurve zu.
- Der mögliche Gegenverkehr fährt ebenfalls mit einer konstanten Geschwindigkeit.
- Für den Gegenverkehr wird die ungünstigste Situation angenommen, nämlich dass er unmittelbar nach diesem Zeitpunkt der Abschätzung in der Kurve auftaucht.
- Um die Lösung zu erleichtern werden konkrete Werte für die Entfernungen und Geschwindigkeiten gefordert.

Die Bezeichnungen und die konkreten Werte

Bezeichneter Parameter	Bezeichner	Wert
Startposition von Wagen 1	$s_{0,1}$	1800 m
Startposition von Wagen 2	$s_{0,2}$	1600 m
Geschwindigkeit von Wagen 1	v_1	30 m/s
Geschwindigkeit von Wagen 2	v_2	12 m/s
Geschwindigkeit des Gegenverkehrs	v_{gegen}	30 m/s

Eine denkbare Lösung dieses Problems ist der Ansatz, der eine schrittweise Berechnung für die Überholsituation vorschlägt. Man rechnet also "sekundenweise" aus, wer wann wo ist. Dabei wird der Vorgang von der Kurve aus betrachtet. Wagen 1 und Wagen 2 kommen also näher und der potentielle Gegenverkehr entfernt sich. Es ist naheliegend eine Tabellenkalkulation zu benutzen.
Bevor das aber geschieht, soll die Verkehrssituation bildlich dargestellt werden.

Wagen 1

Wagen 2

Kurve
(Die Kurve liegt hinter dem Haus)

$s_{0,1}$

$s_{0,2}$

Den Gegenverkehr kann man jetzt noch nicht sehen. Aber er könnte jeden Moment erscheinen!!!!!
Die Lösung findet man in der Datei "Überholen bei Gegenverkehr".

Man sieht, dass bei diesen Bedingungen der Überholvorgang kein Risiko darstellt. Wagen 1 hat Wagen 2 längst überholt, bevor der Gegenverkehr den beiden Wagen begegnet. Interessant an dieser Lösung ist, dass man das Problem sofort und ohne Schwierigkeiten für beliebige Startwerte wiederholen kann. Dazu muss man nur dafür sorgen, dass sie im Kopf der Excel-Datei verändert werden können. Die Tabelle ist so angelegt, dass sich das bis einschließlich des Diagramms auswirkt. Es ist richtig, dass diese Lösung noch nicht eine reale Verkehrssituation beschreibt. Im wirklichen Leben werden die Wagen beschleunigen bzw. bremsen. Weiter muss man den Einschervorgang nach dem Überholen mit berücksichtigen. Aber immerhin ist ein Anfang gemacht. Folgende Fragen sollte man nach diesen Überlegungen sich stellen und sie auch beantworten können.

Frage	Antwort
Woran sieht man, dass die Wagen mit konstanten Geschwindigkeiten fahren?	Die Weg-Zeit-Kurven sind linear.
Welche Bedeutung hat hier das Vorzeichen der Steigung ?	Aus dem Vorzeichen der Steigung entnimmt man die Fahrtrichtung.
Welche Bedeutung haben die negativen Positionswerte für Wagen 1 nach 60 s ?	Der Wagen hat (hoffentlich nicht zu schnell) die Kurve durchfahren.
Wie lauten die linearen Funktionen, die hinter den drei Geraden stehen ?	Siehe unten!
Wie würden die Tabelle und das Diagramm aussehen, wenn der Vorgang von der Startposition von Wagen 1 (Wagen 2) aus berechnet würde?	Siehe Anlagen

Ja, wie lauten denn die Funktionen? Auch wenn es falsch ist zu behaupten, dass Physik ein Teilbereich der Mathematik ist und dass man ohne Mathematikkenntnisse Physik überhaupt nicht verstehen kann, so ist es doch mitunter sehr nützlich sich der Mathematik zu bedienen. Nun zu den Gleichungen, die man auch Bewegungsgleichungen nennt.

$$Wagen1: s_1(t) = -v_1 \cdot t + s_{0,1}$$
$$Wagen2: s_2(t) = -v_2 \cdot t + s_{0,2}$$
$$Gegenv.: s_g(t) = v_{gegen} \cdot t$$

Zunächst zu der linken Seite der Gleichungen. Was bedeutet nun eigentlich s(t) - gelesen s von t - ? Ganz einfach! Damit soll lediglich ausgedrückt werden, dass der Ort s oder auch die Position s abhängig ist von der Zeit t . Es gibt viele Bücher, in denen statt s(t) nur s steht. Dabei gehen diese Bücher - besser ihre Autorinnen und Autoren - davon aus, dass dem Leser klar ist, dass s abhängig von der Zeit t ist. Nun zu der rechten Seite. Die rechte Seite hat stets die Struktur $v \cdot t + s_0$. In Worten besagt das, dass der beschriebene Gegenstand nach einer Zeit t sich an einer Stelle befindet, deren Ortskoordinate s berechnet werden kann, indem man die Zeit t mit der Geschwindigkeit v multipliziert - dabei muss genau auf das Vorzeichen geachtet werden - und dazu die Anfangsposition s_0 addiert. Dabei ist es wichtig, dass es sich um einen Bewegungsvorgang mit einer konstanten Geschwindigkeit handelt. Anders formuliert wird daraus:

Feststellung 1
Für eine gleichförmige Bewegung, d.h. eine Bewegung ohne Beschleunigung, gilt folgendes Weg-Zeit-Gesetz:

$$s(t) = v \cdot t + s_0$$

Dabei muss man auf die Vorzeichen achten, die eine Richtungsaussage beinhalten.

Zu Beginn dieses Abschnitts heisst es, dass die gestellte Aufgaben verschiedene Lösungswege zulässt. Was also wäre eine Alternative zu der Lösung mit Hilfe der Tabellenkalkulation ? Man kann die gestellt Aufgabe auch rein algebraisch lösen, indem man von den Bewegungsgleichungen ausgeht. Der Anfang dieser Lösung sieht so aus:

Für den Zeitpunkt des Überholens gilt:

$$s_1(t) = s_2(t) \Leftrightarrow -v_1 \cdot t + s_{0,1} = -v_2 \cdot t + s_{0,2} \Leftrightarrow t = \frac{s_{0,2} - s_{0,1}}{v_2 - v_1}$$

Den so berechneten Wert von t setzt man in $s_1(t)$ ein und erhält so die Stelle, an der das Überholen stattfindet. Entsprechend berechnet man die Zeiten und Stellen, die das Begegnen von Wagen 1 und Wagen 2 mit dem Gegenverkehr beschreiben. (Ansatz $s_1(t) = s_g(t) bzw. s_2(t) = s_g(t)$) Die gefundenen Werte interpretiert man entsprechend und kommt so zu einer Lösung. (Das sollte jeder auch einmal durchführen) Welche Lösung man "eleganter" findet, bleibt dem Beobachter vorbehalten.

1.2. Bewegungen mit konstanter Beschleunigung

Als nächstes soll jetzt über Bewegungen mit konstanter Beschleunigung nachgedacht werden. Dazu muss zuerst der Begriff der Beschleunigung erklärt , d.h. definiert werden.

Definition
Ändert (durch äußeren Einfluß oder wodurch auch immer) ein Gegenstand seine Geschwindigkeit in einem bestimmten Zeitintervall, so erfährt er eine Beschleunigung a ,
für die gilt:

$$a = \frac{Geschwindigkeitsänderung}{dazubenötigteZeit} = \frac{v_1 - v_2}{t_1 - t_2}$$

Die Einheit der Beschleunigung ist $\frac{m}{s^2}$ **.**

Man sieht leicht (?), dass es auch negative Werte für die Beschleunigung gibt. Dass sind die Bewegungsvorgänge, die man umgangssprachlich als Bremsvorgänge bezeichnet. Woran erkennt man, dass es sich bei einer speziellen Bewegung um eine Bewegung mit einer konstanten Beschleunigung handelt? Offensichtlich bedeutet eine konstante Beschleunigung, dass die Geschwindigkeit sich konstant ändert, dass die Geschwindigkeit linear von der Beschleunigung abhängt. So sollte eine Beschleunigung von z.B. $2 \cdot \frac{m}{s^2}$ eine Bewegung beschreiben, bei der Geschwindigkeit pro Sekunde um $2 \cdot \frac{m}{s}$ zunimmt. Da wir nun ein Kriterium für eine Bewegung mit konstanter Beschleunigung haben, gilt es nun eine konkrete Bewegung zu finden und sie experimentell zu untersuchen. Wir wollen es nun mit dem freien Fall versuchen. Dazu führen wir folgendes Experiment durch:

Experiment:
Wir untersuchen den freien Fall mit Hilfe von zwei Lichtschranken, die senkrecht übereinander angeordnet sind. Unmittelbar (soweit das geht) über der oberen Lichtschranke befindet sich eine Stahlkugel, die von einem Elektromagneten gehalten wird. Wird nun der Elektromagnet stromfrei, so fällt die Kugel durch die erste Lichtschranke und startet eine Uhr. Durchfällt die Kugel die zweite Lichtschranke, so wird die Uhr wieder gestoppt. Die Fallstrecke ist der Abstand der beiden Lichtschranken. Die wesentliche Fehlerquelle bei diesem Experiment ist die Startposition. Unmittelbar über der oberen Lichtschranke bedeutet, dass die Kugel die obere Lichtschranke mit einer Geschwindigkeit auslöst, die "praktisch" gleich Null ist. Die Messergebnisse werden zeigen, wie gut diese Bedingung erfüllt ist.

Wir erhalten ein Messprotokoll, das man in der Datei "Freier Fall" einsehen kann.

Excel liefert als Ausgleichskurve eine Parabel. (Die Diskussion darüber, was man unter einer Ausgleichskurve versteht, soll hier nicht geführt werden. Das bedeutet aber nicht, dass diese Diskussion unwichtig ist. Im Gegenteil!)Wir betrachten nun die Faktoren 4,79 und 0,04 mit den zu ihnen gehörenden Einheiten. Diese Einheiten müssen so geschaffen sein, dass auf beiden Seiten der Gleichung dieselbe Einheit (nämlich Meter) steht. Die Einheit von t ist die Sekunde s. Also gehört zu 4,79 die Einheit $\frac{m}{s^2}$ (die Einheit einer Beschleunigung) und zu 0,04 die Einheit $\frac{m}{s}$ (die Einheit einer Geschwindigkeit).Der Zahlenfaktor für die Geschwindigkeit sehr klein ist. Eine mögliche Erklärung dafür ist, dass das die Geschwindigkeit ist, mit der die Kugel die obere Lichtschranke "startet". Dazu variiert man das Experiment, indem man die Kugel weiter oberhalb der ersten Lichtschranke startet und sich dann die ergebende Ausgleichskurve betrachtet. Man stellt fest, dass der Wert für die Geschwindigkeit steigt, der für die Beschleunigung aber nicht . (Im Rahmen der Messgenauigkeit)Was ist aber von dem anderen Faktor zu halten, der die Einheit einer Beschleunigung trägt. Ist das schon der Wert für die Fallbeschleunigung? Und handelt es sich hier um eine Bewegung mit einer konstanten Beschleunigung? Um diese Frage zu entscheiden, müssen wir versuchen den Zusammenhang der Geschwindigkeit mit der Zeit zu bestimmen. Wie das geschehen kann, soll nun erläutert werden. Dazu betrachten wir die Messreihe 1. Man entnimmt ihr, dass zu der Strecke 0,1 m die Zeit 0,144 s gehört. Teilt man diese Wert durcheinander (Strecke/Zeit), so erhält man eine Geschwindigkeit. Es bleibt die Frage, wann genau diese Geschwindigkeit erreicht wird. Wenn wir erwarten, dass sich die Geschwindigkeit konstant erhöht, ist es plausibel anzunehmen, dass diese Geschwindigkeit nach genau 0,072s (der Hälfte der Zeit also) erreicht wird. Führt man diese Rechnung für die gesamte Tabelle durch, so erhält man den gesuchten Zusammenhang der Geschwindigkeit mit der Zeit. (Ebenfalls einzusehen in der Datei "Freier Fall")

Wir haben offenbar einen linearen Zusammenhang. Man mache sich klar, dass an dem Zahlenfaktor 9,84 die Einheit einer Beschleunigung "hängt". Vergleicht man außerdem die beiden "Beschleunigungszahlen" aus den beiden Diagrammen, so erkennt man den folgenden Zusammenhang:

Feststellung 2
Findet eine Bewegung mit einer konstanten Beschleunigung a aus der Ruhelage heraus (d.h. Startgeschwindigkeit 0 m/s) statt, so gelten die folgenden Beziehungen:

$$v(t) = a \cdot t$$
$$s(t) = \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

Für den freien Fall gilt, dass er mit einer konstanten Beschleunigung erfolgt. Für diese spezielle Beschleunigung benutzt in der Regel die Bezeichnung g . Der mittlere Wert für g in Münster beträgt.

$$g = 9{,}81 \frac{m}{s^2}$$

Es ist klar, dass aus zwei Messreihen die Gleichungen aus Feststellung 2 nicht hinreichend begründet sind. Dazu muss man natürlich weitere Experimente durchführen. Jedoch haben alle bisher durchgeführten Experimente diese Gleichungen bestätigt. Deshalb wollen wir dann an dieser Stelle auch zufrieden sein.(Eine Liste mit alternativen Experimenten zum freien Fall folgt .)

1.3. Ein Trainingslager mit Musterlösungen

Der folgende Abschnitt soll zeigen, wie man mit dem bisherigen Stoff konkrete Aufgaben lösen kann. Diese Aufgaben sind von recht unterschiedlichem Schwierigkeitsgrad. Das sollte aber nicht abschrecken, denn schwierige Aufgaben sind auch spannende Aufgaben.

Aufgabe 2
Ein Körper durchfällt frei die Strecke h = 20m.
a) Welche Geschwindigkeit v hat der Körper am Ende der Strecke?
b) In welcher Zeit t durchfällt er die Strecke?
Vom Einfluss des Luftwiderstandes soll abgesehen werden.

Aufgabe 3
Eine eiserne Schraube fällt von einem Werftkran aus einer Höhe h = 65m zu Boden.
a) Nach welcher Zeit t trifft sie auf dem Boden auf?
b) Welche Geschwindigkeit v hat sie beim Aufprall?
Vom Einfluss des Luftwiderstandes soll abgesehen werden.

Lösungen zu Aufgabe 2 und Aufgabe 3
Die beiden Aufgaben unterscheiden sich bis auf die Zahlen lediglich in der Reihenfolge der Aufgabenteile. Dabei scheint die Reihenfolge nach meiner Erfahrung bei Aufgabe 3 für viele Schülerinnen und Schüler die "natürlichere" zu sein, da man bei ihr ohne das Einsetzen von Gleichungen ineinander auskommt. Der Sinn von Aufgabe 2 ist zu zeigen, dass man durch Einsetzen von Gleichungen ineinander zu Lösungen kommen kann.

Physik macht Spaß! Man muss nur daran glauben!!

Zu Aufgabe 2

Es gilt $s = \frac{1}{2} g \cdot t^2$ und $v = g \cdot t$. Die zweite Gleichung löste man nach t auf und erhält $t = \frac{v}{g}$. Dieses Ergebnis setzt man nun in die erste Gleichung ein und erhält somit $s = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{v}{g}\right)^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{v^2}{g}$ Diese Gleichung löst man nach v auf und bekommt $v = \sqrt{2gs} = 19{,}8 m \cdot s^{-1}$. Die gesuchte Zeit erhält man durch $t = \frac{v}{g} = 2{,}02 s$

Zu Aufgabe 3

Wieder geht man aus von $s = \frac{1}{2} g \cdot t^2$. Diese Gleichung formt man um zu $t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 3{,}6 s$. Die Geschwindigkeit bekommt man dann mit $v = g \cdot t = 36 m \cdot s^{-1}$.

Bemerkung.

1. *Natürlich ist es egal, wenn nichts weiter gesagt wird, welche Reihenfolge man bei der Lösung auswählt. Es wird aber Situationen geben, wo das Einsetzen der Formeln ineinander sehr nützlich ist.*
2. *Man sollte sich angewöhnen, bei den Lösungen die konkreten Zahlen erst zum Schluss einzusetzen.*
3. *Man sollte daraufhin arbeiten, dass man mit den negativen Exponenten bei den Einheiten keine Verständnisprobleme hat.*
4. *Wenn man die Einheiten während der Berechnungen fortlässt, wird das nicht als Fehler von mir gewertet. Man muss nur dann sehr aufpassen, dass einem keine Fehler unterlaufen.*
5. *Am Schluss der Rechnung muss die Einheit für das Ergebnis angegeben werden.*
6. *Jede Rechnung endet mit einem Antwortsatz.*

Die nächste Aufgabe ist schon etwas schwieriger. Insbesondere der zweite Teil hat es in sich.

Aufgabe 4

Auf der Marienfeste in Würzburg befindet sich ein s = 104m tiefer Brunnen. Wenn man in den Brunnen einen Stein fallen lassen würde, so würde man den Aufschlag auf dem Wasser nach einer Zeit t hören. Gestartet wird die Zeitmessung zu dem Zeitpunkt, zu dem der Stein fallen gelassen wird.

a) *Bestimme den Wert von t . Dabei soll von einer Schallgeschwindigkeit $c = 340 m \cdot s^{-1}$ ausgegangen werden.*
b) *Bei einem anderen Brunnen misst man diese Zeit t. Man erhält t = 10 s.*
   Wie tief ist dieser Brunnen ?Löse dieses Problem durch Abschätzen!
c) *Bei einem anderen Brunnen misst man diese Zeit t. Man erhält t = 10 s.*
   Wie tief ist dieser Brunnen ?Löse dieses Problem durch eine exakte Rechnung.
d) *Plane ein Experiment, dass auf diese Weise eine konkrete Höhe bestimmt.(Kommt noch)*

Zu Aufgabe 4

a) Man hat es mit zwei Teilbewegungen zu tun. Im ersten Teil fällt der Stein mit einer konstanten Beschleunigung nach unten. Im zweiten Teil bewegt sich der Schall mit einer konstanten Geschwindigkeit nach oben. Für den Fall gilt $t_1 = \sqrt{\frac{2s}{g}} = 4{,}56 s$. (Vergleiche Aufgabe 3 mit s für h).

Anschließend benötigt der Schall für den Weg nach oben die Zeit $t_2 = \frac{s}{c} = 0{,}31s$. Die gesamte Zeit ergibt sich aus der Summe zu $t = t_1 + t_2 = 4{,}87s$

b) Kommt noch.

c) Dieses Problem ist ein anspruchsvolles und es ist selbstverständlich, dass es für einen Neuling so schwer ist, dass man diese Aufgabe in einer Klausur ohne Vorübung nicht stellen würde. Wenn man aber einige Probleme dieser Art bewältigt hat, wird man feststellen, dass man zunehmend auch selbst auf Lösungsideen kommt. Diese Ideen dann umzusetzen, ist auch eine Frage von Hartnäckigkeit und Geduld. Habt Geduld mit Euch! Nun zu der Physik. Gegeben ist ein Wert für t. Nach 4.a kennt man aber den Zusammenhang: $t = t_1 + t_2 = \sqrt{\frac{2s}{g}} + \frac{s}{c}$. Man verfügt also über eine Gleichung, in der s die einzige unbestimmt Größe ist und deren restlichen Werte alle gegeben sind. Das bedeutet, dass das Problem gelöst ist. Man muss es "nur noch" ausrechnen. Rechensklaven an die Arbeit! Betrachtet man diese Gleichung, so sieht man schnell, dass der Wurzelterm das eigentliche Problem ist. Wie bekommt man Wurzeln weg? Richtig, durch Quadrieren. Das führt zu folgenden Umformungen:

$$t = \sqrt{\frac{2s}{g}} + \frac{s}{c} \Leftrightarrow t - \frac{s}{c} = \sqrt{\frac{2s}{g}} \Rightarrow \left(t - \frac{s}{c}\right)^2 = \frac{2s}{g} \Leftrightarrow t^2 - 2\frac{t \cdot s}{c} + \left(\frac{s}{c}\right)^2 = \frac{2s}{g}$$

Wir haben somit eine quadratische Gleichung mit der Variablen s zu lösen. Das kann man z.B. mit der p-q-Formel machen. Sie lautet: Für $x^2 + px + q = 0$ sind die Lösungen gegeben durch $x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$. Wir müssen die quadratische Gleichung also auf die p-q-Form bringen. An die Arbeit.

$t^2 - 2\frac{t \cdot s}{c} + \left(\frac{s}{c}\right)^2 = \frac{2s}{g} \Leftrightarrow \frac{s^2}{c^2} + (-2\frac{t}{c} - \frac{2}{g}) \cdot s + t^2 = 0$ .Die letzte Gleichung muss noch mit dem Quadrat der Schallgeschwindigkeit multipliziert werden. Wir erhalten dann

$$\frac{s^2}{c^2} + (-2\frac{t}{c} - \frac{2}{g}) \cdot s + t^2 = 0 \Leftrightarrow s^2 + c^2 \cdot (-2\frac{t}{c} - \frac{2}{g}) \cdot s + c^2 t^2 = 0$$

$$\Rightarrow p = c^2 \cdot (-2\frac{t}{c} - \frac{2}{g}) = -30367{,}788$$

und

$$q = c^2 t^2 = 1{,}156 \cdot 10^7$$

Wir nehmen nun die p-q-Formel und setzen ein und erhalten: $s_1 = 385{,}56m \wedge s_2 = 29982m$. Auch ein wiederholtes Rechnen wird diese beiden Lösungen liefern. Mathematisch sind diese Lösungen auch gleichwertig. (Der mathematisch geschulte Leser wird hier einwenden, dass es sich bei den Umformungen nicht um Äquivalenzumformungen handelt. Somit sind die Lösungen auch mathematisch nicht gleichwertig. Das ist natürlich richtig. Mir kommt es aber hier auf den physikalischen Aspekt in der Argumentation an.)Physikalisch sind zwei Lösungen aber sehr unbefriedigend. Dass würde ja bedeuten, dass die gestellte Aufgabe nicht eindeutig lösbar ist. Was bleibt zu tun ? Man muss versuchen eine der Lösungen auszuschließen, indem man physikalisch ihre Unmöglichkeit begründet. In diesem speziellen Fall lautet nun die Begründung: Die zweite Lösung ist physikalisch unmöglich, da der Schall in 10 s lediglich eine Strecke von 3400 m zurücklegt. Die gesuchte Antwort muss lauten: Der Brunnen hat eine Tiefe von 385,56m .

d) Kommt noch.

Wir kommen nun zu der nächsten Aufgabe in diesem Abschnitt.

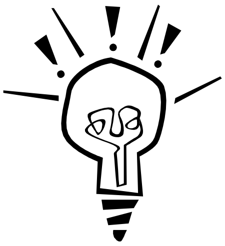
Physik macht Spaß! Man muss nur daran glauben!!

Aufgabe 5
Bei einem Ausbruch des Vesuvs wurde beobachtet, dass einzelne Steine bis zu einer Höhe h = 2 km hoch geschleudert wurden. Bestimme die Mindestgeschwindigkeit v_0 , mit der die Steine aus dem Krater geschleudert wurden. Von der Luftreibung usw. usw. .

Zu Aufgabe 5
Diese Aufgabe ist ein weiteres schönes Beispiel für Aufgaben, die verschiedene Lösungswege zulassen. Schauen wir sie uns einmal an.

a) Der erste Weg argumentiert mit dem Energieerhaltungssatz. Das scheint an dieser Stelle verfrüht zu sein, da ja die formale Beschreibung der kinetischen Energie noch nicht geleistet wurde. Was man an dieser Stelle nur weiß, ist, dass der Energieerhaltungssatz eine der Grundlagen physikalischen Denkens ist. Weiter kennt man die Lageenergie. Beides wurde in der Jahrgangsstufe 9 behandelt. Das reicht aber völlig aus. Misst man die Entfernungen vom Kraterrand aus, so ist klar, dass der Stein beim Start eine Lageenergie besitzt. Er besitzt lediglich Bewegungsenergie, wie diese auch immer durch Formeln beschrieben wird. Wenn der Stein dann wieder unten ankommt, so muss er in demselben Umfang Bewegungsenergie besitzen wie zuvor beim Start. Es ist plausibel anzunehmen, dass die Bewegungsenergie irgendwie von der Geschwindigkeit abhängt, und zwar nur von dem Betrag der Geschwindigkeit und nicht von der Richtung. Die ist ja beim Start anders als beim Aufschlag. Wenn sich aber die Bewegungsenergie nicht verändert, so sollte das auch für den Betrag der Geschwindigkeit gelten. Demnach ist die Startgeschwindigkeit gleich der Aufschlagsgeschwindigkeit eines freien Falls aus der Höhe h = 2 km. Damit gilt (vergl. Aufgabe 2) $v = \sqrt{2gh} \approx 198 m \cdot s^{-1}$.

b) Was macht man aber, wenn einem dieser Weg nicht einfällt? Grundregel : Nur keine Panik! Machen wir uns lieber Gedanken darüber, wie für einen solchen Stein das Weg-Zeit-Gesetz , also s(t), bzw. das Geschwindigkeit-Zeit-Gesetz, also v(t), aussehen muss. Beginnen wir mit der Geschwindigkeit. Wenn es die Erdbeschleunigung g nicht geben würde, dann würde der Stein mit v = v_0 senkrecht nach oben fliegen. Seine Geschwindigkeit wäre also konstant. Wenn es andererseits keine Startgeschwindigkeit v_0 gäbe, würde der Stein mit der linear ansteigenden Geschwindigkeit $v(t) = g \cdot t$ nach unten fallen. Nach unten?



Genau! Nach unten! Also in der entgegengesetzten Richtung wie bei dem Flug mit v = v_0. Das muss sich dann aber auch in der Beschreibung für den Fall " ohne v_0 " nach unten auswirken. Wie ist hoffentlich klar. Es gilt $v(t) = -g \cdot t$. Da die beiden eben beschriebenen Situationen aber gleichzeitig eintreten, ist es nur vernünftig anzunehmen, dass für die tatsächliche Bewegung des Steines gilt : $v(t) = -g \cdot t + v_0$. Das bedeutet aber, dass v(t) sowohl positive Werte als auch negative Werte annehmen kann. Dabei bedeutet positiv, dass der Stein nach oben fliegt und negativ, dass der Stein nach unten fliegt. Führt man diese Überlegung für das Weg-Zeit-Gesetz durch, so kommt man zu dem Ergebnis, dass für diesen Bewegungsvorgang folgendes gelten muss : $s(t) = -\frac{1}{2} g \cdot t^2 + v_0 \cdot t$. Positive Werte für s bedeutet dann, dass der Stein irgendwo oberhalb des Kraters sich befindet und negative Werte unterhalb des Kraters (wie auch immer) . Fassen wir zusammen: Für die Steine des Vesuvs gilt:

Weg-Zeit-Gesetz $s(t) = -\frac{1}{2} g \cdot t^2 + v_0 \cdot t$; Geschwindigkeit-Zeit-Gesetz $v(t) = -g \cdot t + v_0$.

Nun betrachten wir den Stein in seinem höchsten Punkt, also in einer Höhe h = 2 km. Bevor er ihn erreicht, fliegt er nach oben. Seine Geschwindigkeit ist also positiv. Hinterher fliegt er nach unten. Sein

Geschwindigkeit ist also negativ. Dann muss seine Geschwindigkeit im höchsten Punkt aber gleich Null sein. Damit können wir aber den Zeitpunkt bestimmen, zu dem der Stein seinen höchsten Punkt erreicht. Und zwar wie folgt . $0 = -g \cdot t + v_0 \Leftrightarrow t = \frac{v_0}{g}$. Diesen Wert setzt man nun in das Weg-Zeit-Gesetz ein. Dabei berücksichtigt man die Tatsache, dass für diesen Zeitpunkt s = h gilt. Man erhält somit : $h = -\frac{1}{2} g \cdot \left(\frac{v_0}{g}\right)^2 + v_0 \cdot \frac{v_0}{g} = \frac{1}{2}\frac{v_0^2}{g} \Rightarrow v_0^2 = 2hg \Rightarrow v_0 = \sqrt{2hg}$. Dieses Ergebnis verursacht aber leuchtende Augen, ist es doch dasselbe wie beim ersten Lösungsweg.

Vor dem Hintergrund dieses Abschnitts können wir nun die Feststellung 2 ergänzen zu

Feststellung 3
Bewegt sich ein Gegenstand unter dem Einfluss einer Beschleunigung a und hat beim Einsetzen der Beschleunigung schon eine Startgeschwindigkeit v_0, so gilt für ihn das Weg-Zeit-Gesetz

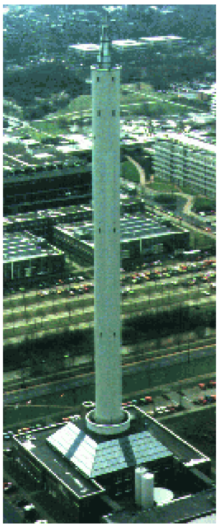
$$s(t) = \frac{1}{2} a \cdot t^2 + v_0 \cdot t$$

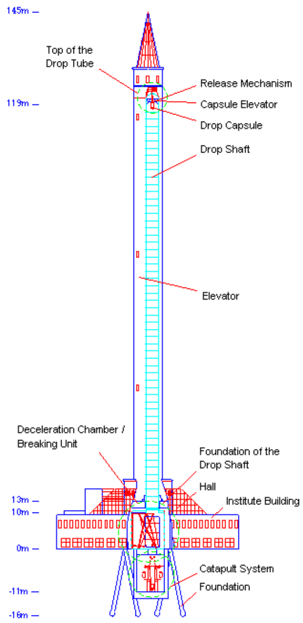
sowie das Geschwindigkeit-Zeit-Gesetz

$$v(t) = a \cdot t + v_0 \text{ .}$$

Dabei muss sorgfältig auf die Vorzeichen der Teilterme geachtet werde, denn in ihnen finden sich die Richtungen der Bewegung wieder.

Zum weiteren Üben noch eine Aufgabe. Interessant an dieser Aufgabe ist, dass sie verschiedene Lösungswege zuläßt.





Aufgabe 6
Zur Durchführung von Versuchen unter Schwerelosigkeit benutzt man sogenannte Falltürme. Das Bild und die Grafik zeigt einen solchen Fallturm, nämlich den Fallturm des Zentrums für angewandte Raumfahrttechnologie und Mikrogravitation (ZARM) an der Universität Bremen. Wer sich für mehr Informationen interessiert, kann das unter http://www.zarm.uni-bremen.de *tun. Dort findet man auch das Bild und die Grafik. Vielen Dank nach Bremen für die Erlaubnis, sie hier zu benutzen. Die Anlage in Bremen ist so gebaut, dass bei jedem Experiment für 4,74 Sekunden der Zustand der Schwerelosigkeit erreicht wird. Beim Abbremsen des Fallkörpers treten Beschleunigungswerte bis zu 45 g auf. Zitat: "Die Fallkapsel wird in einem Abbremssystem aus feinkörnigen Styroporkugeln sanft abgebremst". Na ja. Die Fallstrecke beträgt insgesamt circa 120 Meter.*

a) *Wie groß ist die maximale Fallgeschwindigkeit v_0 des Versuchskörpers ?*
b) *Wie lange fällt der Versuchskörper frei ?*
c) *Welche Fallstrecke wird dabei zurückgelegt ?*
d) *Wie lange dauert der Bremsvorgang ?*
e) *Wie lang ist die Bremsstrecke ?*

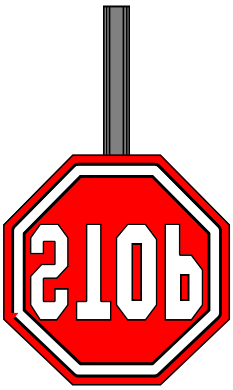
Zu Aufgabe 6
Zunächst legt man einige Bezeichnungen fest. So bezeichnet man die Strecke für den freien Fall und die dazugehörige Zeit mit $s_1;t_1$. Für das Abbremsen wählt man entsprechend $s_2;t_2$. Die einzige Voraussetzung, die man hat , wird beschrieben durch die Gleichung $h = s_1 + s_2$. Fünf Größen sollen bestimmt werden. Dabei ist die Bestimmung der ersten (wie bei vielen anderen Aufgaben auch) der schwierigste Teil der Aufgabe.

Weg 1 : Der v_0-Weg
Der Versuchskörper fällt aus der Ruhe startend frei und für die Fallstrecke gilt natürlich die Beziehung $s_1 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2$. Ebenso gilt für die maximale Fallgeschwindigkeit $v_0 = g \cdot t_1$. Wie schon in den bisherigen Aufgaben geschehen liefert ein Einsetzen dieser beiden Beziehungen ineinander die Gleichung $s_1 = \frac{v_0^2}{2g}$. Dieselbe Überlegung liefert für die Bremsstrecke $s_2 = \frac{v_0^2}{90g}$. Man muß nur berücksichtigen, dass die wirkenden Bremsbeschleunigung a=45g groß ist. Diese Lösung geht von einer konstanten Beschleunigung aus, was natürlich nur eine Näherung darstellt. Beachtet man jetzt die Voraussetzung $h = s_1 + s_2$, so erhält man: $h = \frac{v_0^2}{2g} + \frac{v_0^2}{90g} = v_0^2 \cdot \frac{46}{90g}$. Nun muß man die Gleichung umformen und die Werte einsetzen und erhält $v_0 = \sqrt{\frac{h \cdot 90g}{46}} = 47{,}99 m \cdot s^{-1}$. Für den Bremsvorgang des Versuchskörpers gilt aber die Beziehung $s_2 = \frac{45}{2} \cdot g \cdot t_2^2$. Ebenso gilt für die maximale Fallgeschwindigkeit $v_0 = 45g \cdot t_2$. Man sieht, dass die restlichen vier Größen jetzt alle leicht zu bestimmen sind. Man setzt ein und bekommt so die Ergebnisse: $t_1 = 4{,}89s; s_1 = 117{,}4m; t_2 = 0{,}109s; s_2 = 2{,}6m$. Dem Leser sei geraten, diese Werte auch selbst zur Übung zu berechnen.

Weg 2: Der Weg über die Zeiten.
Zu meiner Überraschung fanden zwei Schüler einen anderen Weg. Merke : Auch Lehrer sehen nicht alles. Sie gingen dabei aus von den Beziehungen : $v_0 = g \cdot t_1$ und $v_0 = 45g \cdot t_2$. Das liefert eine Beziehung der Fallzeit mit der Bremszeit. Sie lautet $t_1 = 45 \cdot t_2$. Diese Beziehung wird nun eingesetzt und man erhält:

$$h = s_1 + s_2 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2 + \frac{1}{2} \cdot 45g \cdot t_2^2 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot (45 \cdot t_2)^2 + \frac{1}{2} \cdot 45g \cdot t_2^2 = t_2^2 \cdot (1012{,}5g + 22{,}5g)$$

Das liefert das Ergebnis (selber rechnen!!) $t_2 = 0{,}109s$. Schön!

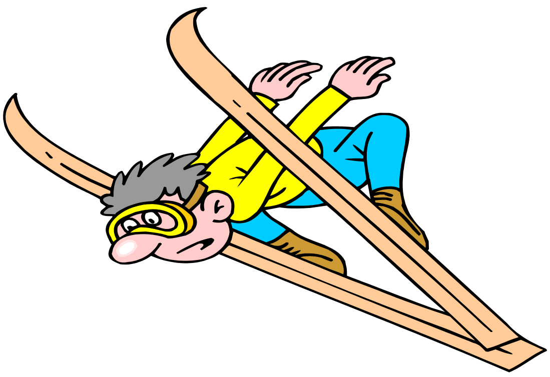


ZARM teilt mit, dass die Mikrogravitation für 4,74 Sekunden verfügbar ist. Die dargestellte Lösung liefert den Wert 4,89 Sekunden. Wie erklärt sich dieser Unterschied?

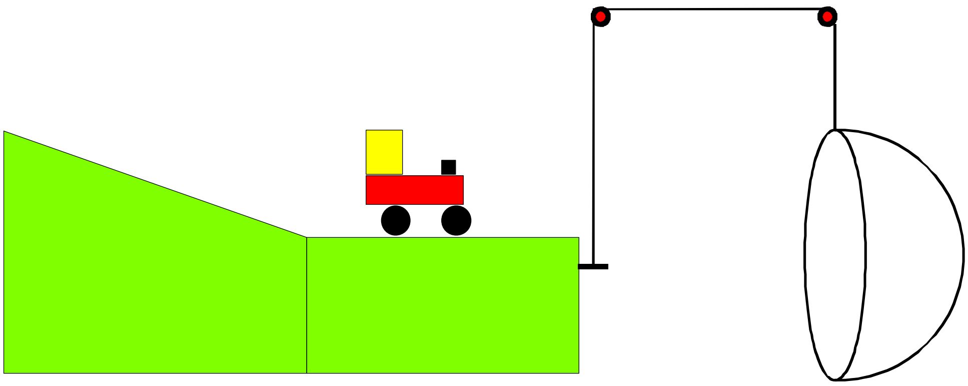
Noch eine Frage. ZARM teilt mit, die Schwerelosigkeitszeit in Zukunft auf circa 9 Sekunden zu verdoppeln ohne den Turm höher zu bauen. Wie könnte das gehen?

Zu diesem Zeitpunkt wurde die Klausur geschrieben. Die Klausur findet man in der Worddatei "Die Klausur vom 28.10.98" Zur Freude fast aller Beteiligten fiel die Klausur sehr gut aus.

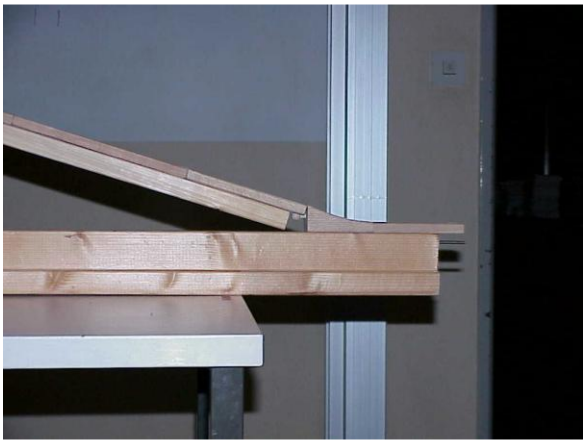
1.4. Der horizontale Wurf



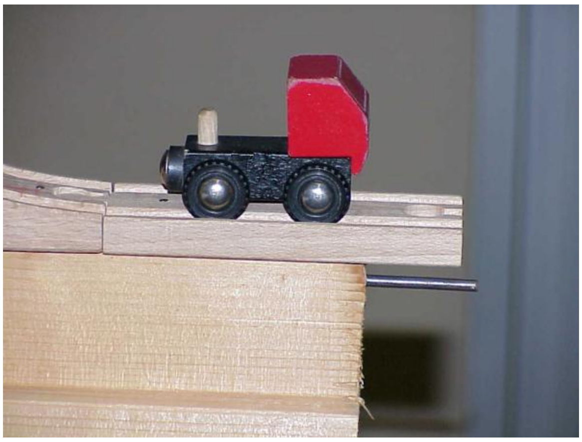
Der arme Kerl. Man sieht förmlich die Angst in seinen Augen. Hoffentlich klappt das mit der Landung. In diesem Abschnitt wollen wir untersuchen, wie man dem armen Kerl vielleicht helfen kann. Dazu wird mit Spielzeugeisenbahnschienen aus Holz eine Sprungschanze gebaut, die sich zusammensetzt aus einer schiefen Ebene und einem waagerechten Sprungtisch. Vor dem Sprungtisch soll irgendwo ein Fangnetz (realisiert mit einem "Birnenpflücker")aufgehängt werden. Dieses Fangnetz wird von einem Faden gehalten, der letztlich an einem Nagel hängt, der unmittelbar unter dem Sprungtisch angebracht ist. Läßt man die Lokomotive (in Wirklichkeit ein Laster, wie mein Sohn bemerkte. Aber beim Aufschreiben dieser Seiten konnte ich mich an einen Laster auf Schienen nicht gewöhnen) fahren, so löst sie beim Absprung den Faden, indem sie ihn von dem Nagel schiebt. Das Resultat ist, dass der Fangkorb in dem Moment zu fallen beginnt, in dem die Lokomotive abspringt.



Die Grafik zeigt das Bauschema. An dem Sprungtisch befindet sich ein Nagel . Über die beiden roten Stativstangen hängt der Fangkorb an dem Faden . Dieser Faden wird dann beim Absprung gelöst.
Der Aufbau ist nicht ganz einfach aber er lohnt sich. Aufpassen muss man bei der Höhenjustierung. Auch nicht ganz einfach ist es, ein Entgleisen der Lokomotive zu verhindern. Das eigentliche Experiment besteht darin vorherzusagen, in welcher Höhe der Fangkorb aufgehängt werden muss, damit er die springende Lokomotive sicher auffängt. Damit man sich aber nicht sich nicht zu sehr verzettelt, wird in der Stunde davor das Fallrohr behandelt. Darauf soll hier nicht weiter eingegangen werden. Zum besseren Verständnis einige Bilder:

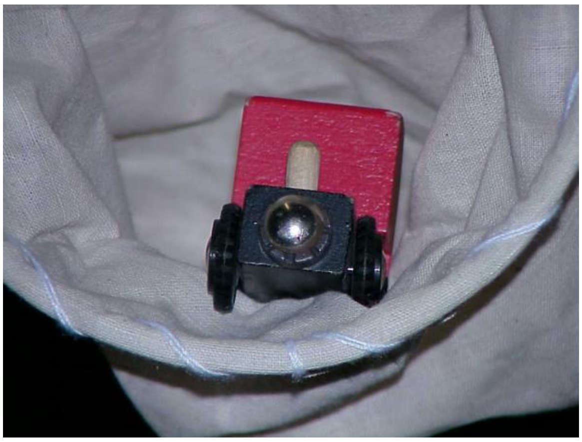


Der Sprungtisch mit einem Teil der Beschleunigungsstrecke für die Lokomotive.



Na ja, Lokomotive ist vielleicht nicht der richtige Name für das Fahrzeug. Der Lkw sprang am besten.

Da soll sie also hinein. Der Fangkorb ist, wie man sieht, ein Birnenpflücker.



Geschafft! Die Lokomotive ist aufgefangen worden.

Physik macht Spaß! Man muss nur daran glauben!!

Die Stunde, in der das Lokomotiven-Experiment behandelt wurde, war wie folgt geplant.

1. **Thema der Stunde: Eine Untersuchung des horizontalen Wurfs**
2. **Einordnung der Stunde in die Unterrichtsreihe**
   Der Physikunterricht im ersten Halbjahr der Jahrgangsstufe 11 behandelt sowohl die kinematischen als auch die dynamischen Aspekte der Mechanik. In den bisherigen Stunden waren die gleichförmigen, sowie die gleichmäßig beschleunigten eindimensionalen Bewegungen Unterrichtsgegenstand. Die Bewegungsgleichungen $s(t) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 + v_0 \cdot t$ und $v(t) = a \cdot t \ + v_0$ wurden anhand von Problemen aus der Verkehrsphysik und der Untersuchung des freien Falls erarbeitet. In der vorangegangenen Stunde wurde das Fallrohr behandelt.
3. **Lernziele dieser Unterrichtsstunde**
   Die Schülerinnen und Schüler und Schüler sollen

a) Den Versuchsaufbau und Versuchsdurchführung wiedergeben können
b) wissen, dass der Bewegungsablauf des horizontalen Wurfs sich zusammensetzt aus zwei eindimensionalen Bewegungen. Dabei bedeutet "wissen", dieses Wissen anderen auch erklären zu können.
c) eine begründete Vermutung haben, dass es sich bei der Bahnkurve um eine Parabel handelt.
d) Ansätze benennen können, mit denen man die quantitative Beschreibung der Bahnkurve leisten kann.

4. **Der Unterricht orientiert sich an den Intentionen des BLK-Modellversuchs** und versucht einen Beitrag zu leisten zur Steigerung der Effizienz des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts. Aus diesem Grund wird zu dieser Unterrichtsreihe ein Skript zur Dokumentation erstellt, das den Schülerinnen und Schüler und Schülern zur Verfügung steht und in naher Zukunft in der Homepage des Ratsgymnasiums zu finden ist.
   Diese Stunde soll einen Betrag liefern zu den allgemeinen Zielen

a) Weiterentwicklung der Aufgabenkultur im mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht durch die Ermöglichung vielfältiger, quantitativ unterschiedlicher Lösungswege (BLK-Modul 1)
b) Naturwissenschaftliches Arbeiten durch theoriegeleitetes experimentelles Arbeiten (BLK-Modul 2)
c) Zuwachs von Kompetenz erfahrbar machen : Kumulatives Lernen (BLK-Modul 5)

Geplanter Stundenverlauf

Phase 1: Die qualitative Behandlung des horizontalen Wurfs.
Das Einstiegsexperiment besteht aus einem Spielzeugauto, das über eine horizontale Rampe springt und dabei einen Fangkorb auslöst, der nach dem Auslösen nach unten fällt. Dieser Aufbau wird den Schülerinnen und Schüler und Schülern vorgestellt, wobei der Fangkorb noch nicht eingehängt ist. So ergibt sich die Fragestellung:

In welcher Höhe muss der Korb justiert werden, damit er das Auto fängt?

Die Antworten sollen nach Möglichkeit begründet werden, wobei die Begründungsvorschläge gesammelt werden.(Tafel). Das Experiment wird durchgeführt . Als Begründung wird eine Formulierung angestrebt wie:

Der Wagen fällt genauso schnell nach unten wie der Fangkorb. Gleichzeitig bewegt er sich horizontal mit einer konstanten Geschwindigkeit. Er erreicht den Korb nur dann nicht, wenn seine Absprunggeschwindigkeit zu klein ist.

Gegebenenfalls wird das Experiment mit einer variierten Sprungweite wiederholt.

Phase 2: Die analytische Behandlung des horizontales Wurfs. Formulierung einer Vermutung.
Lehrerimpuls:

Analysiere die Bahnkurve, auf der sich der Wagen bewegt.

Ich erwarte, dass die Schülerinnen und Schüler und Schüler nach einigem Nachdenken zu dem Ergebnis kommen, dass sich der Wagen nicht auf einer geraden Linie bewegt sondern auf einer gekrümmten. Daher sollte es naheliegend sein, als Lösungsversuch eine Parabel zu " probieren " . An dieser Stelle wird das zweite Experiment der Stunde gezeigt, nämlich die Projektion einer " Wasserparabel " mit einer überblendeten Folie, die mehrere Parabelgraphen zeigt. Es erfolgt eine Ergebnissicherung in der Form:

Der Wagen durchläuft bei seinem Sprung vermutlich eine parabelförmige Bahn.

Phase 3 Die analytische Behandlung des horizontalen Wurfs. Bestätigung der Vermutung
Dieser Teil ist nun offen. Folgende Lösungsvorschläge sind denkbar.

a) Eine iterative Lösung mit Hilfe der Tabellenkalkulation (mit Excel+Beamer . Dazu ist es wichtig zu wissen, dass der Kurs die Nutzung der Tabellenkalkulation kennt. Insbesondere kennt der Kurs die Möglichkeit, eine Trendlinie einzufügen, sie zu formatieren und die Funktionsgleichung ausgeben zu lassen. Der Kurs hat in diesem Halbjahr bereits eine Doppelstunde im Rechnerraum gearbeitet.)
b) Eine algebraische Lösung, d.h. Aufstellung der Funktion.
c) Vielleicht beide Vorschläge

In der Stunde wird auf den entsprechenden Vorschlag reagiert werden. Das Ziel ist natürlich, beide Lösungswege zu beschreiten, insbesondere um sie anschließend miteinander vergleichen zu können.

Hausaufgabe (nichts besonderes)

Um die Abwurfgeschwindigkeit v_0 eines Wurfgerätes zu bestimmen, richtet jemand das Gerät horizontal aus. Er läßt vom Gerät eine Kugel abwerfen. Diese schlägt auf dem horizontalen Fußboden auf. Die Entfernung des Aufschlagort vom Abwurfort betrage, was die horizontale Entfernung betrifft, d = 10m . Der Fußboden befinde sich dabei um h = 1m unterhalb des Abwurfortes. Die Messgenauigkeit der Längenmessungen liege dabei in der Größenordnung $\Delta h = \Delta d = 1cm$.

a) Berechne die Geschwindigkeit v_0.
b) Berechne die absolute und die prozentuale Messunsicherheit für v_0.

Bemerkung: Diese Aufgabe ist mit den Ergebnissen von Phase 1 lösbar.

Ende der Planung

Die Stunde verlief so, wie sie geplant war. Am Ende der Stunde lautete das Ziel , die Funktion zu suchen bzw. mit Excel den Vorgang durchzurechnen. Als erstes wollten die Schülerinnen und Schüler die Lösung mit der Tabellenkalkulation behandeln. Dabei entstand die Lösung, die sich in der Datei "Der horizontale Wurf" findet. Die algebraische Lösung wurde eingeleitet durch die Frage einer Schülerin " ob das mit dem Faktor vor dem Quadrat von x Zufall sei oder nicht, denn das ist ja -0,5g ". Die weitere Diskussion zeigte, dass die Beantwortung dieser Frage genau die gesucht algebraische Lösung liefert. Das bekannte Einsetzen von x(t) in y(t) lieferte schließlich

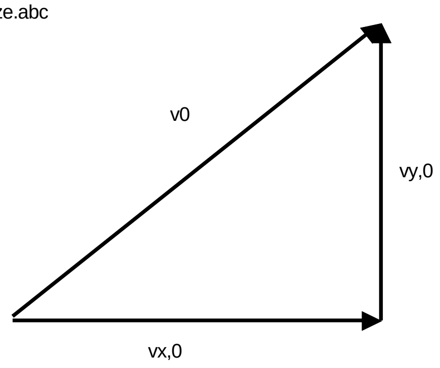
$$y = -\frac{1}{2} \cdot \frac{g}{v_0^2} \cdot x^2$$

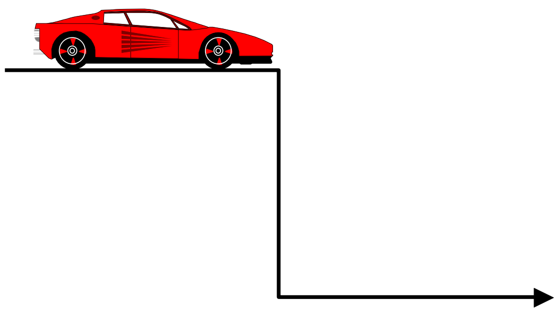
Der Zufall war geklärt. Beim Vergleich der beiden Lösungswege schnitt die Tabellenkalkulation unter dem Aspekt der Anschaulichkeit besser ab. Die algebraische Lösung erhielt das Prädikat allgemeingültiger zu sein. Ob man diese Einschätzung teilt, bleibt jedem selbst überlassen. Doch halt. Da war doch was. Ja, der Skispringer oder auch Skiflieger, ganz wie man möchte. Ob dem nun durch einen Fangkorb geholfen werden kann, sollen andere ausprobieren, falls sie einen Springer finden, der sich das gefallen lässt.

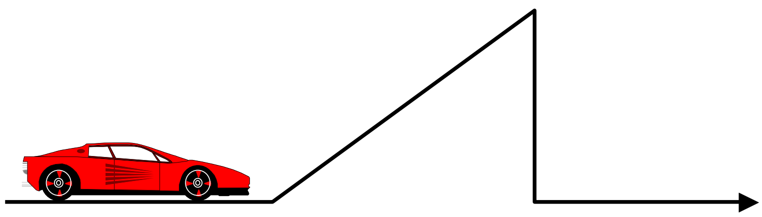
Samstag, 26. Dezember 1998

C:\BLK\Sprungschanze.abc

10:41







1.5. Werfen ohne Ende

Und schon wieder Bilder. Zur Abwechslung nun mit einem Auto und nicht mit einem Springer. Was haben wir eigentlich bisher untersucht? Offensichtlich die Situation, die das mittlere Bild beschreibt. Ein Auto, ein Skispringer oder was auch immer wird mit einer horizontalen Startgeschwindigkeit "abgeschossen" und wir haben uns Gedanken darüber gemacht, wie wohl die Flugbahn aussehen wird. Dass diese physikalische Frage auch einen "praktischen Nutzen" haben kann, zeigt z.B. die Hausaufgabe zu der Bestimmung der Startgeschwindigkeit. Aber anstatt nun zufrieden zu sein und das Nachdenken einzustellen, versucht der Physiker diese Situation zu verallgemeinern. Das führt ihn zu dem unteren Bild. Er stellt sich nun die Frage, wie sich die Situation wohl ändert, wenn der abgeschossenen Gegenstand nicht horizontal abgeschossen wird, sondern mit einem Winkel α gegenüber der Horizontalen. Diese Frage stellt insofern eine Verallgemeinerung dar, als dass der horizontale Wurf diesen Bewegungsvorgang für $\alpha = 0$ untersucht. Doch halt! So darf man ein Problem seinen Schülerinnen und Schüler nicht vorstellen. Dazu muss man erst eine "schöne Verpackung" finden. Im Unterricht habe ich dazu zwei Varianten angeboten.

Aufgabe 7
Version 1
Kugelstoßen mit maximaler Reichweite.
Untersuche, bei welchem Stoßwinkel α ein Kugelstoßer eine maximale Weite erzielt.

Version 2
Tell's Apfel physikalisch betrachtet.
Man stelle sich folgende Situation vor: Ein Apfel hängt an einem Baum. Davor steht irgendwo Tell mit seinem Bogen. Er weiss, dass der Apfel genau in dem Augenblick zu fallen beginnt, wenn er seinen Pfeil abschießt. Wie muss Tell zielen, um den Apfel unter diesen Bedingungen zu treffen?

Im Unterricht habe ich die Schülerinnen und Schüler ohne weitere Angaben eine Doppelstunde über diese Fragen brühten lassen. Sie hatten die Wahl, das Problem algebraisch oder auch mit einer Tabellenkalkulation zu lösen. Obwohl am Ende keine vollständige Lösung präsentiert werden konnte, offenbarten sich doch sehr gute Gedanken, die den Lehrer sehr erfreuten. Einige möchte ich stellvertretend vorstellen.

1. Beim Kugelstoßer muss die Lösung ungleich 45 Grad sein. Dieser Winkel sollte nur zu erwarten sein, wenn der Kugelstoßer seine eigene Größe nicht berücksichtigt. Dann ist der Vorgang nämlich symmetrisch.
2. Tell's Apfel ist eigentlich auch ein horizontaler Wurf, wenn man in die Richtung des Abwurf schaut und diese Richtung zur neuen Horizontalen erklärt.
3. Für beide Aufgabenstellungen kann es nur nützlich sein, die Flugbahn genauer zu beschreiben.
4. Um die Flugbahn zu bestimmen müssen die Startbedingungen genauer untersucht werden. Dazu dient das erste Bild. Die Startgeschwindigkeit wird dazu in zwei Komponenten zerlegt. Die eine Komponente beschreibt die Bewegung in der Vertikalen, also in der y-Richtung und die andere in der Horizontalen, also in der x-Richtung.

Wunderbar. Die richtigen Fragen und Vermutungen an der richtigen Stelle. Das Beste ist aber, dass alle benötigten Werkzeuge zur Lösung vorhanden sind. Man muss sie nur noch richtig einsetzen. Das Ganze erinnert an ein großes Puzzle, das einem zu Beginn den Angstschweiß auf die Stirn treibt. Keine Sorge, er wird bald verschwunden sein.

Die Zerlegung der Geschwindigkeit.
Der Winkel α liegt in dem rechtwinkligen Dreieck zwischen den Schenkeln v0 und vx,0. Erinnert man sich an die Definitionen von Sinus und Cosinus, so ist hoffentlich klar dass gilt:

$$v_{x,0} = v_0 \cdot \cos(\alpha) bzw. v_{y,0} = v_0 \cdot \sin(\alpha)$$

Die Bahnkurve haben wir uns von Excel rechnen lassen. Die Lösung findet man in der Datei "Kugelstoßen mit maximaler Reichweite". Zu dem Winkel im Bogenmaß liefere im am Ende dieses Kapitels noch eine Erläuterung. Wichtiger an dieser Stelle ist zu verstehen, welche Formeln sich hinter x(t) und y(t) verbergen. Beginnen wir mit der Horizontalbewegung. In x-Richtung wirkt keine Kraft. Damit bleibt die Geschwindigkeit in x-Richtung konstant . Konkret bedeutet das hier: $v_x(t) = v_{x,0} = v_0 \cdot \cos(\alpha) bzw. x(t) = v_{x,0} \cdot t = v_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t$

In y-Richtung sind die Verhältnisse vergleichbar mit der Aufgabe 5, das war die Aufgabe zum Vesuv. Dort gilt also

$$v_y(t) = v_{y,0} - g \cdot t = v_0 \cdot \sin(\alpha) - g \cdot t bzw. y(t) = v_{y,0} \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 + h = v_0 \sin(\alpha) \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 + h$$

Damit ist die Mathematik für diese Aufgabe erledigt. Den Rest übernimmt der Rechner.
Den optimalen Wert für den Winkel erhält man durch Probieren. Man variiert dazu einfach den Winkel und liest die erzielte Weite ab. Begeisterung löst diese Lösung allerdings nicht aus. Sie ist schlicht und einfach umständlich. Das muss doch besser gehen. Es fragt sich nur wie. Die Idee, wie es weitergehen könnte, liefert das Diagramm. Ist es möglich, die von Excel gelieferte Funktion theoretisch zu bestimmen? Bei dem horizontalen Wurf klappte dieses Unterfangen mit der Einsetztechnik. Warum hier nicht auch? Bevor wir hiermit aber beginnen, sollte klargestellt werden, dass quadratische Gleichungen und trigonometrische Funktionen nicht mehr erschrecken können. Diese sollten für Schülerinnen und Schüler der Jahrgangsstufe 11 kein Problem sein. Na ja.

Schritt 1: x(t) nach t auflösen liefert : $t = \frac{x}{v_0 \cdot \cos(\alpha)}$

Schritt 2: t in y(t) einsetzen liefert: $y(t) = v_0 \sin(\alpha) \cdot \frac{x}{v_0 \cdot \cos(\alpha)} - \frac{1}{2} g \cdot (\frac{x}{v_0 \cdot \cos(\alpha)})^2 + h$

Schritt 3: schlägt die Kugel im Abstand d auf, so hat sie zu diesem Zeitpunkt die Höhe y=0m . Das liefert die folgende quadratische Gleichung: $0 = v_0 \sin(\alpha) \cdot \frac{d}{v_0 \cdot \cos(\alpha)} - \frac{1}{2} g \cdot (\frac{d}{v_0 \cdot \cos(\alpha)})^2 + h$

Schritt 4: In der Gleichung von Schritt 3 sind alle Größen ausser d bekannt, bzw. werden festgesetzt. Das bedeutet, dass es sich um eine Gleichung wie z.B. 0=3d-5d²+6 handelt. Lediglich die Zahlenfaktoren sind "etwas" komplizierter aufgeschrieben. Die folgende Aufgabe besteht also darin, diese Gleichung auf die p-q-Form zu bringen. Das Ergebnis lautet: $0 = d^2 - \tan(\alpha) \cdot \frac{2 \cdot v_0^{\ 2} \cdot \cos^2(\alpha)}{g} \cdot d - 2h \cdot \frac{v_0^{\ 2} \cdot \cos^2(\alpha)}{g}$

Diese Formel sieht nicht unbedingt schön aus, aber es handelt sich um eine quadratische Gleichung und sonst nichts. (Übrigens wurde die Beziehung sin/cos = tan benutzt. Aber das war wahrscheinlich jedem klar.) Wir erhalten somit für die p-q-Formel:

$$p = -\tan(\alpha) \cdot \frac{2 \cdot v_0^{\ 2} \cdot \cos^2(\alpha)}{g}$$

und

$$q = -2h \cdot \frac{v_0^{\ 2} \cdot \cos^2(\alpha)}{g}$$

Die p-q-Formel liefert die Lösung:

$$d_{1,2} = \tan(\alpha) \cdot \frac{v_0^{\ 2} \cdot \cos^2(\alpha)}{g} + - \sqrt{\tan^2(\alpha) \cdot \frac{v_0^{\ 4} \cdot \cos^4(\alpha)}{g^2} + 2h \cdot \frac{v_0^{\ 2} \cdot \cos^2(\alpha)}{g}}$$

Wenn man sich dieses Ergebnis in Ruhe anschaut, sieht man schnell ein, dass das negative Vorzeichen vor der Wurzel physikalisch keinen Sinn macht. Der Grund ist folgender: Setzt man die q-Term in der Wurzel gleich Null, so ist die Wurzel gleichgroß mit entgegengesetztem Vorzeichen zum -p/2-Term vor der Wurzel. In Wirklichkeit ist der q-Term in der Wurzel größer als Null und somit die Wurzel vom Betrag her größer als der -p/2-Term vor der Wurzel. Somit bedeutet ein negatives Vorzeichen vor der Wurzel, dass der Kugelstoßer nach hinten stößt. Das wollen wir aber nicht annehmen. Somit lautet das Endergebnis für den Zusammenhang von Weite und Winkel bei sonst gleichen Voraussetzungen:

$$d = \tan(\alpha) \cdot \frac{v_0^{\ 2} \cdot \cos^2(\alpha)}{g} + \sqrt{\tan^2(\alpha) \cdot \frac{v_0^{\ 4} \cdot \cos^4(\alpha)}{g^2} + 2h \cdot \frac{v_0^{\ 2} \cdot \cos^2(\alpha)}{g}}$$

Ich betone zum wiederholten Male, dass dieser Term nicht unbedingt sehr einfach aussieht. Jedoch sind die zu seiner Erstellung benutzten Methoden nicht schwer. Was bleibt zu tun? Richtig, die Tabellenkalkulation soll den Zusammenhang von Winkel und Weite ausrechnen und dazu ein Diagramm erstellen. Dieses Diagramm findet man in der schon erwähnten Datei "Kugelstoßen mit maximaler Reichweite".

Das sieht doch schon besser aus. Man sucht das Maximum für diese Kurve und liest den dazugehörigen Winkel ab. Wem diese Lösung auch noch ungenau erscheint, der muss sich an dieser Stelle auf die Zukunft vertrösten lassen. Spätestens Ende 11.2 sollte in der Mathematik die Kurvendiskussion behandelt worden sein. Dort werden mathematische Strategien entwickelt, mit denen man dieses Problem wirklich exakt lösen kann.

Aufgabe 8
Erstelle die entsprechende Tabellenkalkulationdatei und untersuche folgende Fragen:
1. *Was ist für einen Hochleistungssportler im Kugelstoßen wichtiger zu trainieren: der optimale Winkel oder die Abstoßgeschwindigkeit?*
2. *Welche Beschleunigungswerte werden bei Stößen im Bereich des Weltrekords erreicht?*
3. *Nur etwas für physik-verrückte, wirklich. Alle anderen normalen Menschen sollten sich weigern, diese Aufgabe auch nur zu lesen. Ein Schüler äußerte folgende Vermutung. Die Kugel fliegt ja auf einer Parabel. Würde man die Parabel nach links erweitern, d.h. bis auf die Abschusshöhe h=0m , so bekommt man den optimalen Winkel, indem man an der Stelle h = 2m - in diesem Beispiel - an die Parabel eine Tangente legt und dann den Winkel bestimmt, der von der Tangente und der horizontalen Achse gebildet wird. Stimmt diese Vermutung? Um Antwort wir gebeten!!*

Zum Kugelstoßen fällt mir jetzt nichts mehr ein. So bleiben also noch Tell und sein Apfel. Ich will ganz ehrlich sein. Als ich diese Aufgabe stellte, war mir die Lösung, die sich dann schließlich ergab, auch noch nicht klar. Hier passieren doch zwei Dinge:
1. Der Pfeil von Tell fliegt genau wie die Kugel auf einer Parabel.
2. Der Apfel fällt senkrecht nach unten.

Wenn der Pfeil nur weit genug fliegt, dann kreuzt er auch sicherlich die Bahn des Apfels. Es bleibt die Frage, ob das zum richtigen Zeitpunkt geschieht. Wie formuliert man diesen Sachverhalt mathematisch? Es ist sicher kein Problem mehr, die x- und y-Koordinaten in Abhängigkeit von der Zeit für den Pfeil und den Apfel zu berechnen. Bildet man nun $\Delta x(t)$ und $\Delta y(t)$, also die Differenzen der x- bzw. y-Koordinaten von Apfel und Pfeil, so bedeutet treffen, dass diese beiden Werte zeitgleich gleich 0 sind. Das Verblüffende (zumindest für mich) ist , dass ein Diagramm dieser beiden Differenzwerte gegeneinander einen linearen Zusammenhang offenbart. Treffen bedeutet somit, dass diese Gerade eine Nullpunktgerade sein muss. Diese Lösung findet man in der Datei "Tell´s Apfel".

Aufgabe 9
Erstelle diese Tabellenkalkulation und ermittle den Winkel, unter dem Tell trifft.

Die Lösung sei verraten: Tell trifft unter diesen Bedingungen, wenn er mit einem Winkel von 16,7 Grad feuert.Betrachten wir noch einmal diese Gerade. Sie ist praktisch eine Nullpunktgerade. Aber ist das wirklich eine gute Lösung? Hätte man dem Tell wohl so erklären können, wie er zu zielen hat? "Hören Sie Herr Tell, Ihre Relativkoordinatengerade muss eine Ursprungsgerade sein!" Wahrscheinlich hätte Tell nicht mehr versucht den Apfel zu treffen. Also, weiter nachdenken! Es fällt die Steigung 0,3 auf. Denn das ist genau der Quotient aus Höhe und Baumabstand. Und deren Verältnis bilden in dem zugehörigen rechtwinkligen Dreieck gerade den Tangens eines Winkels und wenn man diesen Winkel ausrechnet, so er hält man (ziemlich) genau 16,7 Grad. " Herr Tell, halten Sie mit Ihrem Pfeil voll auf den Apfel!!" Bleibt die Frage, ob man diese Lösung auch algebraisch untermauern kann? Man kann. Und wieder wird man sehen, dass die Lösungsmittel nicht aus abgehobenen Tricks bestehen, sondern solide Mittelstufenmathematik voraussetzen.

Schritt 1
Wann treffen sich die beiden, wenn überhaupt? Die Antwort ist, wenn der Pfeil mit seiner Bewegung in x-Richtung die Fallbahn des Apfel erreicht. In der Formelsprache heißt das: $t = \frac{d}{v_0 \cdot \cos(\alpha)}$

Schritt 2
Zu diesem Zeitpunkt müssen die y-Koordinaten von Apfel und Pfeil übereinstimmen. In der Formelsprache bedeutet das für den Apfel $y_{Apfel} = h - \frac{1}{2} g \cdot \frac{d^2}{v_0^2 \cdot \cos^2(\alpha)}$. Für den Pfeil errechnet sich y(t) wie beim Kugelstoßer, nur das jetzt der Koordinatenursprung auf Abschusshöhe liegt.

$y_{Pfeil} = v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot \frac{d}{v_0 \cdot \cos(\alpha)} - \frac{1}{2} g \cdot \frac{d^2}{v_0^2 \cdot \cos^2(\alpha)}$. Setzt man diese y-Werte gleich, so sieht man recht schnell das Endergebnis

$$\tan(\alpha) = \frac{h}{d}$$

Das Experiment zu diesen Überlegungen wurde durchgeführt mit einem Bolzenschussapperat, zwei Eisenkugeln und einem Elektromagnet. Es wurde nur von Hand geschaltet, ohne jede weitere Elektronik. Eine schöne letzte Stunde vor den Ferien. Ein Kurs hat es geschafft, der andere muss noch ein bißchen üben.

An dieser Stelle eine Beichte. Ich weiss nicht, ob es jemand überhaupt gemerkt hat. Als wir den horizontalen Wurf untersuchten, gingen wir von der Fragestellung aus, in welcher Höhe denn nun dieser Fangkorb zu hängen haben, damit alles gut geht. Wenn man sich unsere Anstrengungen ansieht, stellt man fest, dass diese Frage gar nicht beantwortet wurde. Wir waren zufrieden, nachdem wir die Parabel beschreiben konnten. Dieses Versäumnis können wir jetzt beheben. Das Problem mit dem Fallkorb ist ein Spezialfall von Tell, nämlich wenn der Apfel und der Pfeil von gleicher Höhe aus starten, d.h. es gilt dann h = 0m. Damit wäre diese Sünde aus der Welt.

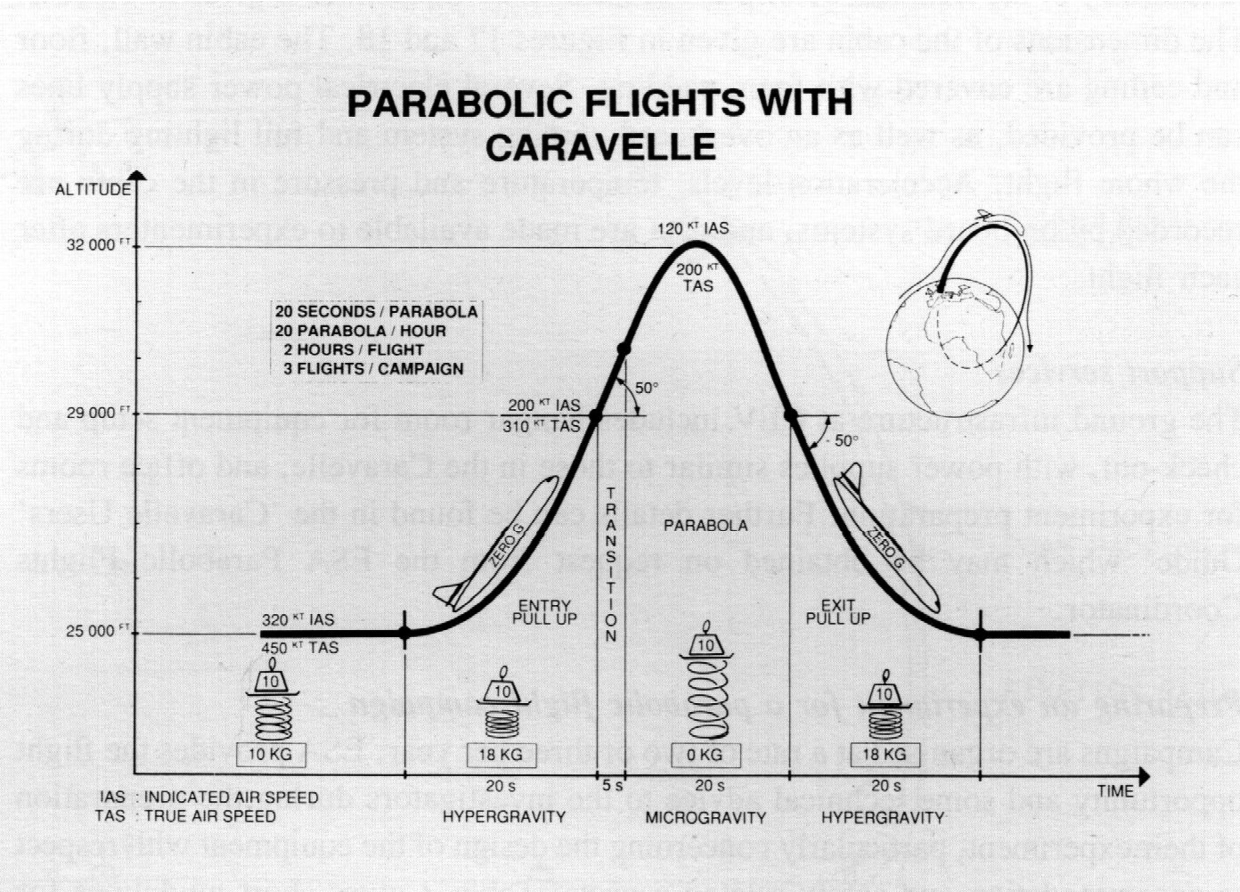
1.5.1. Parabelflüge zur Erzeugung von Quasischwerelosigkeit.

An dieser Stelle ein Einschub, der zeigen soll, dass die Überlegungen in diesem Abschnitt sehr wohl auch konkrete technische Anwendungen ermöglichen. Bei der Aufgabe zum Fallturm bei Bremen wurde schon die Möglichkeit einer Quasischwerelosigkeit aufgezeigt. Hier nun eine Variante: Die Parabelflüge. Ich habe diesen Artikel direkt aus dem Internet genommen. Vielen Dank an dieser Stelle an die technische Chemie an der UNI Magdeburg. Wer mehr wissen möchte, kann die angegebenen Links benutzen.

Parabelflüge

K. Tittmann

Parabeln stellen die meistgenutzte Möglichkeit für Untersuchungen unter Schwerelosigkeits-bedingungen auf der Erde dar. Sie werden sowohl für verschiedenste wissenschaftliche Experimente als auch zur Validierung von technischem Equipement für Weltraummissionen und zur Ausbildung von Astronauten genutzt.Das zugrunde liegende Prinzip ist relativ einfach und physikalisch mit dem aller anderen Einrichtungen (Fallturm, ballistische Raketen) identisch: Wirkt die Schwerkraft (Erdanziehung auf unserem Planeten) auf einen Körper, so wird er zum Erdmittelpunkt hin beschleunigt. Das klassische Beispiel ist der freie Fall (v_o=0) bzw. der schräge Wurf (v_o<>0).
Für einen erdgebundenen Beobachter (Bezugssystem Erde) wirkt die Kraft F=mg auf den Körper. Im Schwerpunktsystem des Körpers hingegen wirken keine äußeren Kräfte, da das Bezugssystem selbst im Erdschwerefeld beschleunigt wird und dadurch der Körper in diesem Bezugssystem ruht. Das benutzte Flugzeug (KC-135, DC-9, IL 76-MDK, Caravelle 234, A300) stellt den fallenden (geworfenen) Körper dar, d.h. innerhalb des Flugzeuges herrscht genau dann Schwerelosigkeit, wenn es sich auf der parabelförmigen Flugbahn eines geworfenen Steines bewegt, ohne seine Triebwerke und aerodynamische Kräfte zu benutzen. Im Realfall ist die resultierende Kraft jedoch nicht exakt Null, da Restbeschleunigungen wie Luftreibung, Rotationen und Vibrationen auftreten. Aus diesem Grund spricht man exakterweise von Mikrogravitation anstelle von Schwerelosigkeit. Im Bild ist der prinzipielle Ablauf eines Parabelfluges dargestellt.



Die Vorteile der Parabelflüge sind:

- Geringer technischer Aufwand
- Experimentvolumen und -masse unterliegen nur geringen Beschränkungen
- Geringe Kosten
- Hohe Versuchszahl (50 Parabeln à 20 s hintereinander)
- Relativ lange µg-Zeit (für ground based facilities)
- Einfache Kontrolle des Versuches, da der Experimentator mitfliegt

Nachteil:

- Schlechte µg-Qualität ($10^{-2} g_o$, g-jitter)

Im Vergleich dazu sind noch einmal verschiedene Möglichkeiten für µg-Experimente gegenübergestellt.

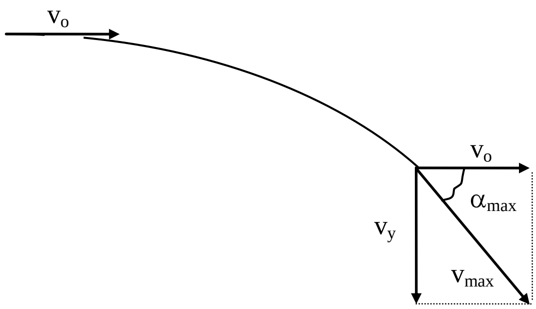
Flugmöglichkeit	**Flugdauer**	**µg-Qualität**
Lewis Drop Tower	2.2 s	10^{-4} - $10^{-6} g_o$
Fallturm Bremen	4.74 s	10^{-4} - $10^{-6} g_o$
JAMIC Drop Shaft	10 s	$10^{-5} g_o$
Parabelflüge	20 s	$10^{-2} g_o$
Mikroba	60 s	10^{-3} - $10^{-4} g_o$
Höhenforschungsraketen	3 - 13 min	$10^{-4} g_o$
Maus-Container im Space Shuttle	5 - 7 Tage	10^{-4} - $10^{-5} g_o$
Unbemannte Orbitalflüge	Monate - Jahre	$10^{-6} g_o$

Bei inhaltlichen Fragen schreiben Sie bitte an
lars.sitzki@chemie.uni-magdeburg.de
Flammenexperimente
Abteilung Technische Chemie

[UNI MD] [FVST] [ICH]
webmaster-chemie@uni-magdeburg.de
last mod 29 Mar 1999

1.5.2.Simulation von Schwerelosigkeit mit Hilfe eines Transportflugzeugs
(nach Paul Breitenstein)
Das Flugzeug muss eine Wurfparabel fliegen. Dabei kann man sich vorstellen, daß der Pilot für kurze Zeit die Triebwerke ausschaltet, während er ein Gebiet ohne Luftwiderstand durchfliegt.
Im Realfall dürfen die Triebwerke natürlich nicht abgeschaltet werden. Diese müssen die Luftreibung kompensieren, damit während des Experimentes von außen nur die Gravitationskraft wirkt. (Hierzu wird ein Steuerungscomputer nötig sein.)

Randbedingungen, wegen der Stabilität des Flugzeuges sowie der Flugbahn vor und nach dem Experiment : Höchstgeschwindigkeit des Flugzeuges v_{max} und der maximaler Flugwinkel α_{max} .
Diese beiden Werte werden von dem Flugzeug sozusagen vorgegeben. Das der Scheitelpunkt der Parabel hinreichend hoch über dem Erdboden liegt, setzen wir voraus. Nun soll die Flugzeit und die Geschwindigkeit im Scheitelpunkt abgeschätzt werden. Dazu zunächst eine Skizze, die die Situation beschreibt:



Es gilt

$v_0^2 + v_y^2 = v_{\max}^2$ und $\tan(\alpha_{\max}) = \dfrac{v_y}{v_0}$

Die Winkelbeziehung setzt man in die erste Gleichung ein und erhält $v_y^2 \cdot (1 + \dfrac{1}{\tan^2(\alpha_{\max})}) = v_{\max}^2$

Weiter gilt: $v_y = g \cdot t$. Jetzt erhält man eine Beziehung für die Flugzeit, nämlich

$$t = \frac{v_{\max}}{g \cdot \sqrt{1 + \dfrac{1}{\tan^2(\alpha_{\max})}}}$$

Für die Geschwindigkeit im Scheitelpunkt der Parabel gilt $v_0 = \dfrac{v_y}{\tan(\alpha_{\max})} = \dfrac{g \cdot t}{\tan(\alpha_{\max})}$

Das heißt, der Zeitraum t für eine mögliche Simulation der Schwerelosigkeit steigt mit der Leistungsfähigkeit des Flugzeuges gemessen in v_{max} und α_{max} .

Beispiel :
v_{max} = 900 km/h und $\alpha_{max} = 45^o$ => t = 18 s ; gesamte Fallstrecke s = ½ g t² = 1589 m
v_o = 636 km/h

Das Experiment kann natürlich im Steigflug begonnen werden. Die Erarbeitung ist wegen Symmetrie analog. Geht man von einer max. Steiggeschwindigkeit von 900 km/h und einem max. Steigwinkel von 45^o aus, so erhöht sich die „Schwerelosigkeitszeit“ auf insgesamt 2 t = 36 Sekunden. Damit dürfte die Leistungsfähigkeit einer Transportmaschine vollständig ausgereizt sein. Nur muss v_o im ersten Fall so groß sein, dass das Experiment im stabilen Horizontalflug eingeleitet werden kann. Beginnt das Experiment im Steigflug, spielt die Größe von v_o (Geschwindigkeit im Scheitelpunkt) keine Rolle.

Wie das Leben so spielt :Während meines Unterrichts entwickelten meine Schüler einen viel einfacheren Ansatz :

$\sin \alpha_{max} = v_y / v_{max} = g \cdot t / v_{max} \Leftrightarrow t = (v_{max} / g) \cdot \sin \alpha_{max}$

Für die Caravelle aus „Otto in space“ folgt (nach beiden Ansätzen) mit v_{max} = 310 kn = 1,852 · 310 km/h = 574,12 km/h und $\alpha_{max} = 50^o$: t = 12,45 s ; also insgesamt **24,9 s** . Das stimmt gut mit der Graphik überein, wenn man die Transition – Zeit einbezieht.
Auch $v_o = v_{max} \cdot \cos \alpha_{max}$ = 310 kn · cos 50^o = **199,3 kn** stimmt gut mit den Angaben der Graphik (200 kn) überein.
(Der große Unterschied zwischen IAS und TAS ist mir allerdings nicht klar geworden.)

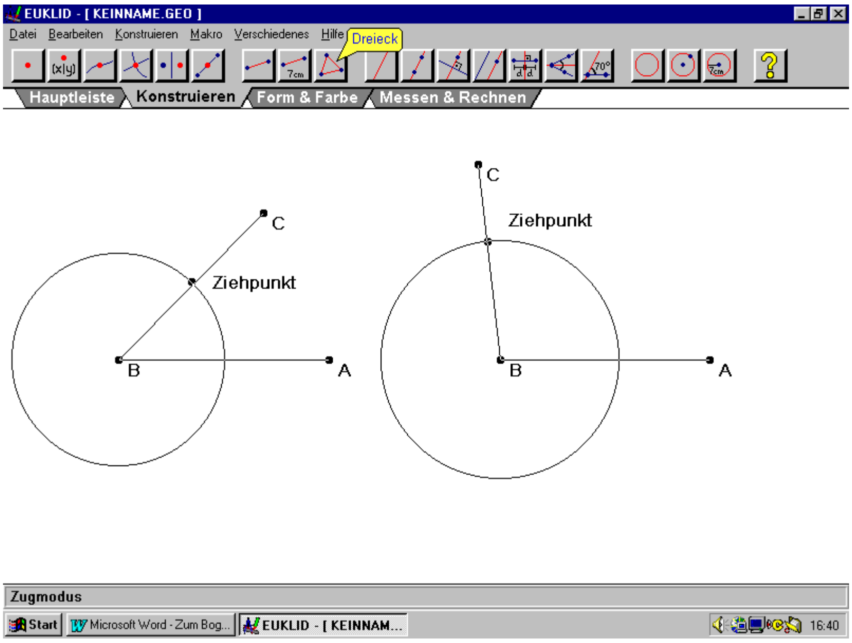
Auch die Hypergravity – Phase läßt sich abschätzen, wenn man in y – Richtung von einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung ausgeht (, was natürlich nur eine grobe Näherung sein kann) :
$a_y = \Delta v_y / \Delta t$ = 310 kn · sin 50^o / 20 s = 6,114 m/s² = **0,6 g** ist etwas niedriger als die Angabe in der Graphik (scheinbare Gewichtszunahme um den Faktor 0,8).
$s_y = 0{,}5\, a_y \cdot t^2$ = 1221,7 m = **4008 FT** (1 FT = 0,3048 m) , was wieder gut mit der Graphik übereinstimmt.

1.6. Das Bogenmaß von Winkeln.

Warum benutzt man für die Messung von Winkeln das Bogenmaß und gibt sich nicht zufrieden mit der guten alten Einheit Grad? Das ist eine berechtigte Frage . Mit den Grad geht es doch wunderbar. Ein rechter Winkel beträgt 90 Grad, ein voller 360 Grad usw.. Ich möchte versuchen sie zu beantworten.

1. Man darf nie vergessen, dass eine Gewöhnung an etwas Altes die Einführung von etwas Neuem stets behindert. Das muss aber nicht zwangsläufig bedeuten , dass das Alte besser ist als das Neue. Diese Zwangsläufigkeit besteht in der umgekehrten Richtung natürlich auch nicht.
2. Man darf nicht vernachlässigen, dass nicht alles, was einer Gruppe normal erscheint, einer anderen Gruppe, die ganz andere Festlegungen getroffen hat, normal erscheinen muss. Denken wir uns zwei Planeten, sagen wir Delta Grün und Delta Blau, auf denen die Lebewesen alle grün bzw. alle blau (farblich gesehen) sind. Auf ihren eigenen Planeten werden sie sich als völlig normal empfinden, aber wehe, sie besuchen sich durch Zufall und ohne Verwarnung. Dann wird der Bläuling von den Grünlingen als völlig unnormal empfunden werden.
3. Festlegungen im Bereich der Mathematik müssen stets darum bemüht sein, ein möglichst hohes Maß von Absolutheit und Unabhängigkeit zu besitzen. Es gab Zeiten, in denen z.B. Längeneinheiten - man nannte sie Elle - praktisch von jedem Fürst und jeder unabhängigen Stadt festgelegt wurden, ohne darüber nachzudenken wie groß die Elle des Nachbarn ist.

Und damit sind wir bei dem entscheidenden Punkt. Warum hat der volle Winkel 360 Grad? Warum hat er nicht 500 Grad oder 1000 Grad? Es gibt keine zwingende Antwort auf diese Frage. Also versuchen wir doch, Winkel anders als mit der Einheit Grad zu messen. Wie soll das gehen? Zunächst kann man sich fragen, was ein Winkel eigentlich ist. Ein Winkel wird festgelegt durch seinen Scheitelpunkt und seine beiden Schenkel. Vergleicht man zwei Winkel miteinander und stellt die Frage, welcher von beiden größer ist, wird niemand widersprechen, dass der linke Winkel kleiner ist als der rechte Winkel.



Die Begründung dafür lautet so. Ein Winkel entsteht dadurch, dass zwei Schenkel, die zunächst übereinander liegen, relativ zueinander verdreht werden. Dieses Verdrehen geschieht dadurch, dass man an einem der Schenkel einen Ziehpunkt anbringt und mit diesem Ziehpunkt den Schenkel um den Scheitelpunkt dreht. Der rechte Winkel ist größer, weil bei ihm der Ziehpunkt eine größere Strecke zurücklegt als bei dem linken Winkel. Als Winkelmaß könnte man die Streckenlänge wählen, die dabei von dem Ziehpunkt zurückgelegt wird. Nun weiss aber jeder, dass für den Kreisumfang U folgende Beziehung gilt: $U = 2 \cdot \pi \cdot r$, wobei r der Kreisradius ist. Die Strecke , auch der Bogen genannt, die der Ziehpunkt zurücklegt, hängt also auch von dem Radius ab, und ist somit (noch) kein gutes Winkelmaß. Diese Schwäche läßt sich aber leicht beheben, indem man als Winkelmaß (oder auch Bogenmaß genannt) folgende Festlegung trifft:

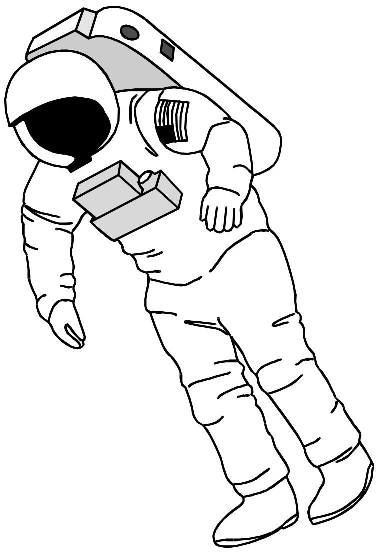
$$Bogenmaß = \frac{Bogenlänge}{Radius}$$

Das Bogenmaß ist eine dimensionslose Größe, da die Einheit Meter sich herauskürzt. Im (fast) gesamten Bereich der Mathematik (das ist jetzt sozusagen die andere Gruppe) hat sich das Bogenmaß durchgesetzt. Jeder Computer rechnet intern mit dem Bogenmaß. So auch unsere Tabellenkalkulation. Deshalb muss man zunächst die Winkel in Grad angegeben in das Bogenmaß umrechnen. Das geschieht mit der Formel:

$$Winkel-im-Bogenmaß = Winkel-in-Grad \cdot \frac{\pi}{180}$$

Aufgabe zur Anwendung des Bogenmasses (nicht nur)
Das Very Large Telescope - Europas neue Sternwarte
(Quelle Spektrum der Wissenschaft 3/99 S.104 von Dr. Uwe Reichert)
"Die Europäische Südsternwarte (ESO) mit ihrem Hauptsitz in Garching bei München betreibt seit nunmehr über 30 Jahren auf dem chilenischen Berg La Silla ein Observatorium mit mehreren modernen Großteleskopen.(..)Im Dezember 1987 beschloß der ESO-Rat den Bau des Very Large Telescopes (VLT), das eine der leistungsfähigsten Beobachtungsstationen der Erde werden sollte.(...) Im Jahre 1992 wurde bei den Schott Glaswerken in Mainz der erste Spiegelrohling gegossen, nachdem zuvor ein völlig neues Herstellungsverfahren entwickelt worden war.(...) Die vier Spiegel mit jeweils 8,20 Meter Durchmesser verfügen zusammen über eine lichtsammelnde Oberfläche von 211 Quadratmetern. (...) Trotz einer Dicke von nur 18 Zentimetern wiegt jeder Spiegel 23,5 Tonnen. Ihre Oberflächen sind auf 20 Nanometer genau geschliffen - das ist, als würde der Bodensee Wellen von maximal 0,2 Millimetern Höhe aufweisen. (...) Das mit der hier angewandten Technik erreichte Auflösungsvermögen ist ohne Beispiel. Es liegt um zwei Größenordnungen höher als das des Hubble-Weltraumteleskopes und beträgt 0,001 Bogensekunden. Damit ließe sich im Prinzip ein Astronaut erkennen, der auf der Oberfläche des Mondes spazieren geht."

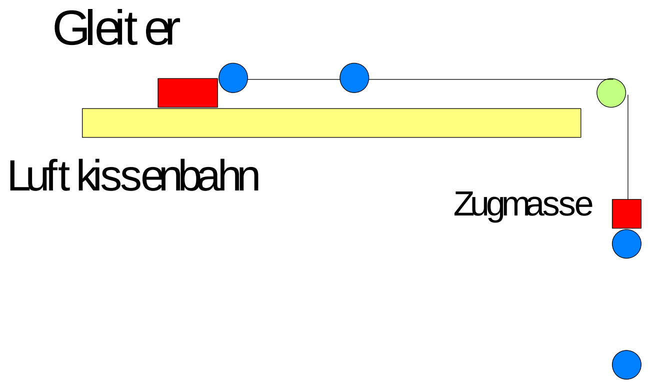
Soweit aus dem Zeitungsartikel. Die Aufgabe lautet: Wie sind diese Abschätzungen bezüglich des Bodensees und des Astronauten wohl zustande gekommen?



Mich soll man auf dem Mond sehen? Hat man den nirgentwo seine Ruhe?

1.7 Wie man seit Newton die Kraft beschreibt

Über die Einführung des Kraftbegriffs ist schon so viel geschrieben worden. Deshalb beschränke ich mich hier auf die speziellen Aspekte dieser Reihe. Wer mehr wissen will, muss in den einschlägigen Lehrbüchern nachlesen.



Die nebenstehende Grafik zeigt den Aufbahn einer Luftkissenbahn (gelb) mit einem Gleiter und einer Zugmasse (rot), die mit einem Band über eine Umlenkrolle (grün) verbunden sind. Weiter sind 4 Lichtschranken (blau) aufgebaut, die paarweise denselben Abstand haben.

Die beiden Lichtschranken "auf" der Fahrbahn sind so aufgestellt, dass die linke unmittelbar rechts vom Gleiter in dessen Startposition steht. Die zweite Lichtschranke habe zu ihr den Abstand s. Für das andere Lichtschrankenpaar gilt gleiches. Die obere Lichtschranke befindet sich unmittelbar unterhalb der Zugmasse. Die zweite Lichtschranke habe zu ihr ebenfalls den Abstand s. Die " unmittelbare " Position der linken bzw. oberen Lichtschranke hat zur Folge, dass wenn der Gleiter aus dieser Position startet, er mit einer vernachlässigbaren Startgeschwindigkeit die linke Lichtschranke passiert. Dasselbe gilt für die Zugmasse und die obere Lichtschranke.
Was wollen wir? Wir wollen eine quantitative Beschreibung des Begriffs Kraft. Wir wollen sie messen, wir wollen mit ihr rechnen können, kurz, wir brauchen eine Formel , wir brauchen eine Einheit. Was haben wir? Aus der Mittelstufe (Klasse 9) weiss man, dass Kräfte verformen und den Bewegungszustand verändern. Ausserdem kennen wir die Daten der Fahrbahn.

Zugmassen	
m1/kg=	0,001
m2/kg=	0,002
m3/kg=	0,004
m4/kg=	0,01
Mgleiter/kg=	0,2

Weiter haben wir unseren gesunden Menschenverstand. Und der sagt uns, dass wenn wir den Gleiter von diesen Massen ziehen lassen, wir eine beschleunigte Bewegung erwarten dürfen. Nach den Untersuchungen zum freien Fall dürfen wir sogar eine Bewegung mit einer konstanten Beschleunigung erwarten. Auch wird niemand widersprechen, wenn wir , ohne schon die Einheit der Kraft zu besitzen, sagen, dass die in diesen 4 Fällen ziehenden Kräfte sich wie 1:2:4:10 verhalten sollten. Was liegt also näher, als die Messmethode beim freien Fall jetzt bei der Fahrbahn anzuwenden? Nichts!! Das Messpotokoll und die v-t-Diagramme findet man in der Datei "Kraft gleich Masse mal Beschleunigung gemessen".

Die Diagramme liefern die Steigungen 0,05m/s²;0,10m/s² ; 0,19m/s² ; 0,47m/s² .Was haben wir nun? Vier Werte für eine Beschleunigung. Und wir haben immer noch unseren gesunden Menschenverstand. Der lässt uns zwei Dinge verstehen. Wenn man sich überlegt, für welche Masse die jeweilige Beschleunigung gilt, so sieht man schnell ein, dass die Zugmasse ebenso beschleunigt wird wie die Gleitermasse. Wer das nicht glaubt, (Man hört mitunter: Der Gleiter wird beschleunigt, die Zugmasse aber zieht doch nur!) der betrachte noch einmal die Grafik zur Fahrbahn. Wenn man davon ausgeht, dass der Faden, der den Gleiter und die Zugmasse miteinander verbindet, sich nicht ausdehnt, dann werden die Lichtschranken für die Zugmasse dieselben Werte liefern wie die Lichtschranken " auf " der Fahrbahn. Also wird die Zugmasse genauso beschleunigt wie die Gleitermasse. Die zweite Überlegung sieht so aus. Man stelle sich vor, der Faden reisst plötzlich, während der Gleiter unterwegs ist. Klar ist, dass die Zugmasse dann schneller nach unten fallen wird. Sie muss den Gleiter ja nicht mehr ziehen. Ist die Kraft, die die Zugmasse dann nach unten zieht, größer oder kleiner geworden im Vergleich zu den Verhältnissen vor dem Reissen? Beides scheint wenig plausibel, denn es ist immer noch die Gewichtskraft der Zugmasse, die zieht. Ausserdem kennen wir für diese Situation auch die Beschleunigung g = 9,81 m/s². Und nun kommt Newton's große Tat. Er hat das natürlich nicht in dieser Form durchgeführt, aber heute würde er vielleicht. Wir multiplizieren die Massen mit den zugehörigen Beschleunigungen.

mzug/kg	mgleiter/kg	m beschl/kg	a in m/s²	mbschl*a	mzug*g
0,001	0,2	0,201	0,0488	0,0098088	0,00981
0,002	0,2	0,202	0,0971	0,0196142	0,01962
0,004	0,2	0,204	0,1924	0,0392496	0,03924
0,01	0,2	0,21	0,4671	0,098091	0,0981

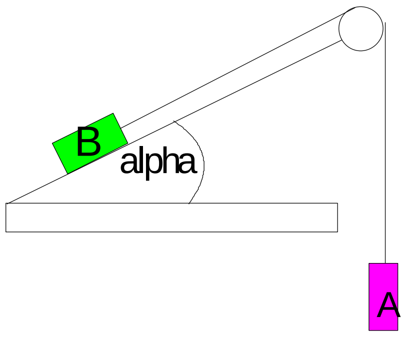
Wenn man genau hinsieht, erkennt man, dass in den beiden letzten Spalten die Zahlen sehr gut übereinstimmen. Sie liefern für je zwei Situationen, von denen wir uns zuvor überlegt hatten, dass in ihnen eine gleichgroße Kraft wirkt, einen übereinstimmenden Zahlenwert. Ausserdem verhalten sie sich ziemlich genau wie 1:2:4:10. Diese und viele, viele andere Überlegungen und Experimente führen zu der

Feststellung 4
Wirkt auf einen Körper mit der Masse m eine Kraft F, so erfährt dieser Körper eine Beschleunigung, für die gilt $a = \frac{F}{m}$ **. Eine elementare Umformung liefert die Gleichung in der bekannteren Form:** $F = m \cdot a$ **. Somit ergibt sich für die Einheit Newton der Kraft :**

$$1N = \frac{kg \cdot m}{s^2}$$

Das gilt also für jede Kraft Wie man dieses Ergebnis anwendet, sollen die folgenden Aufgaben deutlich machen

Aufgabe 10



Wir sehen zwei Körper A und B auf einer schiefen Ebene. Sie sind verbunden mit einer Schnur über eine Rolle. Reibungskräfte gibt es nicht und die Schur soll so behandelt werden, als habe sie keine Masse. Zunächst sei das System angehalten. Es werde nun freigegeben.

a) Unter welcher Bedingung wird sich Körper A noch oben, unten bzw. gar nicht bewegen?

b) Wie kann man die auftretende Beschleunigung beschreiben?

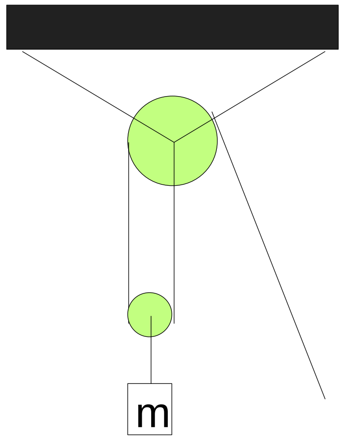
c) Wenn die Masse von B doppelt so groß ist wie die von A: Bei welchem Winkel bleibt das System in Ruhe?

d) Unter welchem Winkel ist bei Massengleichheit die Beschleunigung ein Drittel der Erdbeschleunigung?

Aufgabe 11

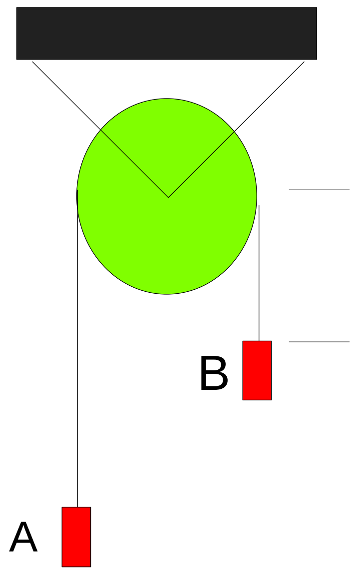
Jeder Fallschirmspringer liebt seinen Fallschirm, weil dieser dafür sorgt, dass nach einer gewissen Zeit der Springer mit einer konstanten Geschwindigkeit (sagen wir $v_0 = 5{,}5 m \cdot s^{-1}$ *) nach unten fällt(Genauer gesagt sorgt der Fallschirm dafür, dass die konstante Endgeschwindigkeit kleiner ist, als wenn der Springer ohne Schirm springt). Wie groß ist dann die wirkende Reibungskraft Der Springer habe eine Masse m = 108 Kg. Aus welcher Höhe müsste der Springer <u>ohne</u> Schirm springen, um diese Geschwindigkeit zu erreichen ?*

Aufgabe 12



Gegeben sei ein Flaschenzug mit einer freien Rolle. Die angehängte Masse habe zusammen mit der freien Rolle eine Masse von 65 Kg. Das Zugseil (das nach schräg rechts unten orientierte) bilde mit der Vertikalen einen Winkel von 30 Grad. Die Zugkraft soll so bemessen sein, dass das System in Ruhe ist. Für diese Situation soll die Kraft untersucht werden, die auf das Drehlager der festen Rolle wirkt. Gesucht ist also die Größe dieser Kraft und ihre Richtung. Die Richtung soll wieder relativ zur Vertikalen bestimmt werden.

Aufgabe 13



Zwei Körper A und B haben die Massen $m_A = 1{,}01 kg\_und\_m_B = 1{,}00 kg$. Das System sei zum Zeitpunkt $t_0 = 0s$ in dem Zustand, dass sich Körper B mit einer Geschwindigkeit $v_0 = 0{,}2 m \cdot s^{-1}$ nach unten bewegt. Seine Position zu diesem Zeitpunkt , markiert durch die beiden horizontalen Linien, liege 45 cm unterhalb der Drehachse der Rolle. Untersuche den gesamten Bewegungsvorgang. Das Seil habe dazu eine Länge von 2 m. Die Rolle habe einen Durchmesser von 20 cm. Reibungskräfte sollen keine Rolle spielen.

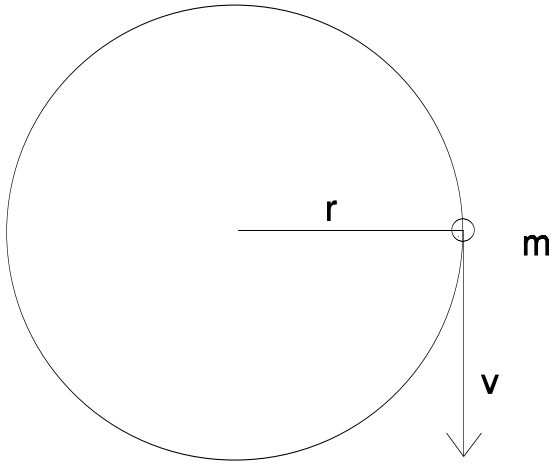
1.8 Die Zentripetalkraft

Was verbirgt sich hinter diesem Namen? Wenn man diesen Begriff verstanden hat, kann man Aufgaben lösen wie z.B.:

Aufgabe 13
Bewegungen unter dem Einfluß einer Zentralkraft gibt es sehr viele. Sie lassen sich aber alle nach demselben Schema darstellen, wie die zu dieser Aufgabe gehörende Zeichnung demonstriert. Ein wichtiges Beispiel für solche Bewegungen sind die Bewegungen der Planeten um die Sonne. Im weiteren Verlauf dieser Aufgabe soll davon ausgegangen werden, daß die Planeten sich auf Kreisbahnen um die Sonne bewegen. Die Sonne befindet sich also im Drehzentrum.

a) Die Erde hat eine Masse $m = 5{,}98 \cdot 10^{24} kg$, einen Bahnradius $r = 1{,}49 \cdot 10^{11} m$ und eine Umlaufsdauer $T = 3{,}16 \cdot 10^{7} s$ für eine Umrundung der Sonne. Wie groß ist die Kraft, mit der die Erde auf ihrer Bahn gehalten wird ?
b) Mit welcher Geschwindigkeit fliegt die Erde um die Sonne?
c) Angenommen, die Klingonen (Wie schreibt man das eigentlich ?) bremsen die Erde auf die Geschwindigkeit 0 Meter pro Sekunde ab. Dann würde die Erde in die Sonne stürzen, da die Anziehungskraft der Sonne immer noch vorhanden ist. Angenommen, diese Anziehungskraft wäre konstant: Wie lange würde es bis zum Aufschlag der Erde auf die Sonne dauern ?
d) Der Mond umkreist die Erde mit der Masse $m = 7{,}34 \cdot 10^{22} kg$ auf einer Kreisbahn mit dem Radius $r = 3{,}84 \cdot 10^{8} m$ in einer Zeit von $T = 2{,}36 \cdot 10^{6} s$. Berechne auch für diesen Fall die Kraft, die den Mond auf seiner Bahn hält.
e) Um der Gefahr einer eventuellen Abschaltung dieser (Gravitations-)Kraft vorzubeugen (Merke: Bei den Klingonen weiß man ja nie) will man den Mond mit der Erde mit einem Stahlseil verbinden. Abgesehen von den Befestigungsproblemen und der Masse des Seils:

Wie dick müßte das Seil sein, wenn seine Zugfestigkeit $200 \cdot \frac{N}{mm^2}$ *nicht übersteigt ?*



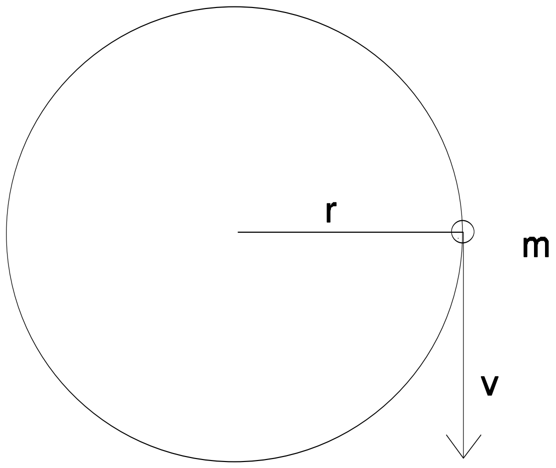
Oder auch :

Aufgabe 14
Auch für die Zentralkraft gilt das Newtonsche Axiom. Damit läßt sich dieser Kraft unmittelbar eine Beschleunigung zuordnen. Es gilt nämlich $a = \frac{v^2}{r}$ *bzw.* $a = r \cdot \omega^2$ *. Klar ?!?*

a)In einer Zentrifuge mit dem Durchmesser 8m (auf dem Send auch Mäusehopser genannt - Für Menschen ausserhalb von Münster sei gesagt, dass der Send der tollste und beste und größte Jahrmarkt ist, den es gibt.),steht am Rand eine Person von 85 kg (vielleicht ein tollkühner Physiklehrer), die frei nach 007 ihre körperliche Belastbarkeit testen möchte. Mit welcher Drehfrequenz muß sich der MH (Abkürzung für Mäusehopser) drehen, damit die Beschleunigung, die er zu ertragen hat, gleich g, 2g, 3g bzw. 4g ist ? ($g = 9{,}81 \cdot m \cdot s^{-2}$ *) Wie ändern sich die Verhältnisse, wenn an Stelle der 85 kg lediglich mit einem Körpergewicht von 70 kg zu rechnen ist ?*

b)Der MH werde nun hochgefahren , bis er sich in einer senkrechten Ebene dreht. Mit welcher Umlaufzeit darf er sich höchstens drehen damit dem Physiklehrer nichts passiert ?

Bevor wir hier in eine tiefere Würdigung der Frage eintreten, ob es sich bei diesen Problemen um wirklich bedeutsame handelt, wollen wir eine Lösung versuchen. Da war doch eben so eine Grafik.



Genau die. Und diese Grafik erinnert doch an eine frühere in diesem Skript, nämlich an die auf Seite 30 bei der Erklärung der Winkelmessung im Bogenmaß. Die Masse m, die sich hier auf dem Kreisbogen bewegt, ist doch nichts anderes als der Ziehpunkt von Seite 30. Wir tun mal so, als ob es sich um einen Ziehpunkt mit einem eingebauten Tachometer handelt. Weiter gehen wir mal davon aus, dass dieser Tachometer einen konstanten Wert anzeigt. Egal, welchen Wert man abliest, ein Mitreisender des Ziehpunkts würden den Vorgang so beschreiben:

Wenn der Ziehpunkt in der Zeit T einen vollständigen Kreisbogen umfahren hat, so zeigt ihm sein Tachometer für die konstante Geschwindigkeit den Wert $v = \frac{s}{t} = \frac{2\pi \cdot r}{T}$ an. Die Geschwindigkeit ist halt so definiert. Er hätte es aber auch so beschreiben können: Der Tachometer zeigt den konstanten Wert der Geschwindigkeit an gemäß der Formel $v = \frac{s}{t} = \frac{2\pi \cdot r}{T} = \frac{2\pi}{T} \cdot r = \omega \cdot r$. Was ist daran denn so anders als bei der ersten Beschreibung? Anders ist, dass hier eine neue " Sorte " von Geschwindigkeit ins Spiel kommt. Dazu betrachte man die Größe $\omega = \frac{2\pi}{T}$. Im Nenner steht die Zeit T, das war die Zeit, die für einen vollständigen Kreisbogen benötigt wird. Und was im Zähler steht ist nichts anderes als ein voller Winkel, gemessen im Bogenmaß. Die neue Größe ω ist also eine Winkelgeschwindigkeit. Wir halten fest:

Feststellung 5
Bewegt sich ein Körper auf einer Kreisbahn mit Radius r mit einer konstanten Bahngeschwindigkeit v, so gilt für seine Bewegung die Beziehung

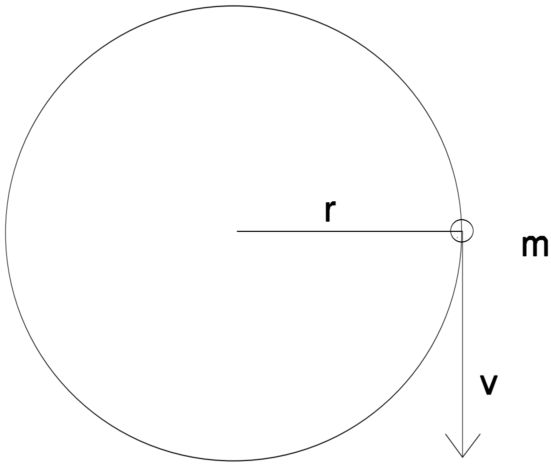
$$v = \omega \cdot r$$

Dabei gilt

$$\omega = \frac{2\pi}{T},$$

wobei T die Zeit für eine vollständige Kreisumrundung ist.
Die Größe ω nennt man Winkelgeschwindigkeit.

Aber hilft das bei den Klingonen? Betrachten wir ein drittes Mal diese Grafik:



Unser Problem ist doch gelöst, wenn wir wissen, wie eine Kraft beschrieben werden kann, die einen Körper mit der Masse m mit einer konstanten Geschwindigkeit v auf einer Kreisbahn mit dem Radius r hält. Ich kann jedem Leser bzw. jeder Leserin nur empfehlen sich mit einem Freihandexperiment
(Dazu braucht man einen hinreichen starken Faden, eine Kugel aus Holz, ein Kugel gleicher Geometrie aus Eisen und das Vertrauen an die Anbindung jeder Kugel einzeln an den Faden) folgendes Wissen zu erfühlen.

1. Wenn man bei gleichem Radius die Kugel schneller herumschleudert, braucht man mehr Kraft.
2. Wenn man bei gleicher Umlaufdauer die Kugel mit einem größeren Radius herumschleudert, braucht man mehr Kraft.
3. Wenn man die beiden letzten Vorgänge mit der schwereren Kugel wiederholt, braucht man noch mehr Kraft.
4. Die Kraft, die man aufwendet, ist stets in Richtung des Fadens orientiert.

Die Beschreibung der Kraft muss also eine Funktion sein, die von der Masse, dem Radius, der Winkelgeschwindigkeit, der Bahngeschwindigkeit und der Umlaufzeit abhängt. Das sieht schrecklich kompliziert aus, wenn nicht, ja wenn es nicht die Großtat von Newton gäbe. Denn seit Newton wissen wir, das diese Gleichung die Einheit der Kraft beschreibt: $1N = \frac{kg \cdot m}{s^2}$. Also muss man sich jetzt Formeln, bestehend aus den 5 Größen ausdenken, deren Einheit passt. Dann bleibt nur noch das Experiment zur Bestimmung des Gewinners. Ohne hier das Experiment mit dem Gerät zur Messung der Zentripetalkraft genauer zu beschreiben, könnte die dann hier auch letzte Aufgabe so aussehen:

Aufgabe 15

Bei einer genaueren Untersuchung der Zentralkraft zeigt sich, daß die folgenden Formeln für die Zentralkraft die richtigen Formeln sind:

$$F = m \cdot r \cdot \omega^2 \quad \textit{bzw.} \quad F = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

Bestätige diese Formeln durch eine Auswertung der folgenden Meßreihe:

Physik macht Spaß! Man muss nur daran glauben!!

Masse in kg	*Radius in m*	*Zentralkraft in N*	*T in s*
0,1	*0,1*	*0,1*	*2*
0,1	*0,2*	*0,2*	*2*
0,1	*0,3*	*0,3*	*2*
0,2	*0,1*	*0,2*	*2*
0,2	*0,2*	*0,4*	*2*
0,2	*0,3*	*0,6*	*2*
0,3	*0,1*	*0,3*	*2*
0,3	*0,2*	*0,6*	*2*
0,3	*0,3*	*0,9*	*2*

Viel Spaß bei der Auswertung. Und vergesst mir die Klingonen nicht !

Ohne die Zentripetalkraft würde sie nicht um die Sonne fliegen!

Ende des Halbjahrs